Winfried Auzinger
Gregor Gantner
Alexander Haberl
Dirk Praetorius

Sommersemester 2016
25. Mai 2016

Übungen zur Vorlesung Computermathematik

Serie 10

Aufgabe 10.1. Schreiben Sie ein LaTeX-File, das als Inhalt dieses Übungsblatt hat — Kopf des Übungsblattes bis inklusive Aufgabe 10.2. Um einen LaTeX-Befehl `\befehl` zweichenweise wiederzugeben, können Sie `\verb|\befehl|` verwenden.

Aufgabe 10.2. Schreiben Sie einen Text Ihrer Wahl mit Überschrift und mindestens 400 Worten in LaTeX. Als Schriftgröße wählen Sie 12pt. Der Text soll mindestens zwei Absätze umfassen. Was bedeutet die Warnung `Overfull hbox`? Modifzieren Sie ggf. den Text so, dass LaTeX diese Warnung zurückgibt. Schauen Sie sich die erzeugte log-Datei `name.log` an und bereiten Sie vor, den Inhalt der Datei in der Übung erklären zu können. Wie müsste man den Text modifizieren, um die Warnung `Overfull hbox` zu vermeiden? Geben Sie in einer Fußnote `\footnote{...}` die Referenz an, von wo Sie den Text entnommen haben.

Aufgabe 10.3. Schreibt man den Befehl `\renewcommand{\familydefault}{\sfdefault}` in den Kopf des LaTeX-Dokuments, so wird als Standardschrift nicht „Times New Roman“, sondern „Arial“ gewählt. Modifizieren Sie die Datei `text.tex` aus der vorausgegangenen Aufgabe, sodass zum einen die Standardschriftart eine andere ist und zum anderen $1,5$ Zeilenabstand verwendet wird. Gliedern Sie den Text in mindestens 2 Sections und erzeugen Sie ein Inhaltsverzeichnis. Welche Bedeutung hat die automatisch erzeugte Datei `arial.toc`? Warum muss man das Dokument mehrfach mit LaTeX übersetzen, bis das Inhaltsverzeichnis korrekt erzeugt ist.

Aufgabe 10.4. Sei I ein nichtleeres offenes Intervall. Dann gilt für $f, g \in C^\infty(I)$ und $n \in \mathbb{N}$

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)}.$$

Schreiben Sie ein LaTeX-File, das als Inhalt die Behauptung und den (ausführlichen) Beweis der Produktregel für die n-te Ableitung hat.

Aufgabe 10.5. Schreiben Sie folgenden Text, das Symbol $\pm$ wird dabei mit `\pm` erzeugt: Zu gegebener ***Basis*** $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$, ***Mantissenlänge*** $t \in \mathbb{N}$ und ***Exponentialschranken*** $e_{\min} < 0 < e_{\max}$ definieren wir die Menge der ***normalisierten Gleitkommazahlen*** $\mathbb{F} := \mathbb{F}(b, t, e_{\min}, e_{\max}) \subset \mathbb{R}$ durch

$$\mathbb{F} = \{0\} \cup \Big\{ \Big(\sigma \sum_{k=1}^{t} a_k b^{-k} \Big) b^e \, \Big| \, \sigma \in \{\pm 1\}, a_j \in \{0, \ldots, b-1\}, a_1 \neq 0, e \in \mathbb{Z}, e_{\min} \leq e \leq e_{\max} \Big\}.$$

Die endliche Summe $a = \sum_{k=1}^{t} a_k b^{-k}$ bezeichnet man als ***(normalisierte) Mantisse*** einer Gleitkommazahl.

Aufgabe 10.6. Realisieren Sie die folgende Definition einer oberen Dreiecksmatrix:

$$A := \begin{pmatrix} \alpha & 2\alpha & 3\alpha & \cdots & n\alpha \\ 0 & \alpha & 2\alpha & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 3\alpha \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 2\alpha \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}_{\text{tria}}$$

in LaTeX. Die Punkte werden mittels `\cdots`, `\vdots` und `\ddots` erstellt. Das Symbol $\times$ erhält man durch `\times`.

Aufgabe 10.7. Realisieren Sie folgende Formel in einem LaTeX-File: Gegeben seien die Funktion $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} -1 & \text{falls } x < -\frac{\pi}{2}, \\ \sin(x) & \text{falls } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{falls } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases} \qquad \text{und} \qquad g(x) := \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

Aufgabe 10.8. Schreiben Sie ein LaTeX-File, in dem Sie den folgenden Satz von Brezzi formulieren. Definieren Sie geeignete Makros für die Normen sowie die Bilinearformen $a(\cdot, \cdot)$ und $b(\cdot, \cdot)$.

Satz (Brezzi 1974). Es seien X und Y Hilbert-Räume. Ferner seien $a : X \times X \to \mathbb{R}$ und $b : X \times Y \to \mathbb{R}$ stetige Bilinearformen und $X_0 := \big\{ x \in X \ : \ b(x, \cdot) = 0 \in Y^* \big\}$. Unter den Voraussetzungen

- $\alpha := \inf\limits_{v \in X_0 \setminus \{0\}} \dfrac{a(v, v)}{\|v\|_X^2} > 0$, d.h. $a(\cdot, \cdot)$ ist elliptisch auf X_0,
- $\beta := \inf\limits_{y \in Y \setminus \{0\}} \sup\limits_{x \in X \setminus \{0\}} \dfrac{b(x, y)}{\|x\|_X \|y\|_Y} > 0.$

gilt dann folgende Aussage: Für jedes $(x^*, y^*) \in X^* \times Y^*$ gibt es eine eindeutige Lösung $(x, y) \in X \times Y$ des sogenannten Sattelpunktproblems

$$\begin{array}{lcll} a(x, \widetilde{x}) \ + \ b(\widetilde{x}, y) & = & x^*(\widetilde{x}) & \text{for all } \widetilde{x} \in X, \\ b(x, \widetilde{y}) & = & y^*(\widetilde{y}) & \text{for all } \widetilde{y} \in Y. \end{array} \tag{1}$$