Ewa B. Weinmüller
Institut für Analysis und Scientific Computing
TU Wien
WS12/13

1) (Prüfungsbeispiel aus der Prüfung am 12.10.2012)
Lösen Sie das Anfangswertproblem zweiter Ordnung

$$By''(t) + Cy(t) = k(t), \quad y(0) = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y'(0) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

mit

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad k(t) = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) (Prüfungsbeispiel aus der Prüfung am 31.01.2011)
Es geht um die Lösung des folgenden Anfagswertproblems:

$$y_1''(t) - 3y_1'(t) + 2y_1(t) + y_2'(t) - y_2(t) = -10e^{-t}, \tag{1}$$
$$y_1'(t) - 2y_1(t) + y_2'(t) + y_2(t) = 3e^{-t}. \tag{2}$$
$$y_1(0) = 0, \quad y_1'(0) = 1, \quad y_2(0) = 4. \tag{3}$$

a) Transformiert man das obige Problem auf ein System erster Ordnung für den Vektor $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T$, so ergibt sich mit $x_1(t) := y_1(t)$, $x_2(t) := y_1'(t)$ und $x_3(t) := y_2(t)$,

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -13e^{-t} \\ 3e^{-t} \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Lösen Sie das AWP (4).

b) Machen Sie die Probe, indem Sie die aus (4) erhaltene Lösung in (1), (2) und (3) einsetzen.

c) (2 Zusatzpunkte) Um sich zu überzeugen, dass die Transformation korrekt durchgeführt wurde, leiten Sie aus (1), (2) und (3) das AWP (4) her?