Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2014

Beispiele für die Übung am 20.3.2014

6. Man gebe einen systematischen $(6,2,4)$-Code über $A = \{0,1\}$ an. Welche Fehlerkorrektureigenschaften hat dieser Code? Gibt es einen $(6,2,5)$-Code über A?

7. Wir betrachten einen gedächtnislosen Binärkanal mit folgenden Übertragungswahrscheinkeiten:

$$\text{P(0 erhalten} \mid \text{0 gesendet)} = 0{,}9 \qquad \text{P(1 erhalten} \mid \text{1 gesendet)} = 0{,}991$$

Der Code bestehe aus den Wörtern $\{000, 111\}$. Man decodiere das Empfangswört 110 mittels *Maximum Likelihood Decodierung* und vergleiche mit der *Nearest Neighbor Decodierung*. Hinweis: Der Kanal heißt *gedächtnislos*, wenn gilt:

$$P(a_1 \ldots a_n \text{ erhalten} \mid b_1 \ldots b_n \text{ gesendet}) = \prod_{i=1}^{n} P(a_i \text{ erhalten} \mid b_i \text{ gesendet})$$

8. Man möchte einen $(n,5,5)$-Code über dem Alphabet mit 3 Elementen konstruieren. Wie groß muss n der Hamming-Schranke nach mindestens sein?

9. Wie viele Nachrichtenstellen kann ein Code der Länge 10 über einem Alphabet mit 4 Elementen höchstens haben, wenn er 3-fach Fehler korrigiert?

10. Ein Systemspieler beim Österreichischen Toto geht so vor, dass er zunächst 8 Banken auswählt (d.h. er setzt an diesen Positionen immer gleich) und dann an den restlichen 4 Positionen auf folgende Art variiert: Sind $a_1, \ldots, a_4$ die Tipps an diesen 4 Stellen, so werden für a_1 und a_2 unabhängig voneinander jeweils alle drei Möglichkeiten $x, 1, 2$ genommen, und a_3 bzw. a_4 werden dann daraus so errechnet, dass

$$a_1 + a_2 + a_3 \equiv 0 \bmod 3, \quad a_2 + 2a_3 + a_4 \equiv 0 \bmod 3$$

gilt, wobei hier der Tipp x mit 0 identifiziert wird. Insgesamt füllt er daher 9 Tipp-Kolonnen auf diese Weise aus. Man zeige: Wenn seine Banken halten, hat er auf diese Weise mindestens einen Elfer.