Fehlerkorrigierende Codes, Übungen

Sommersemester 2014

Beispiele für die Übung am 5.6.2014

44. Man zeige, dass es genau 267 Binärwörter der Länge 14 gibt mit der Eigenschaft, dass (1) zwischen zwei Einsen mindestens 2 Nullen auftreten und (2) niemals mehr als 10 Nullen aufeinanderfolgen.

    (Hinweis: Man betrachte zunächst nur die Eigenschaft (1) und stelle eine Rekursion für die Anzahl $a(n)$ dieser Wörter mit Länge n auf; mit Hilfe dieser Rekursion berechne man $a(14)$ und vermindere um jene, die (2) nicht erfüllen.)

45. Gegeben seien Codes C_i mit Parametern $[n_i, k_i, d_i]$, $i = 1, 2$. Man bestimme die Parameter $[n, k, d]$ für den Produktcode $C = C_1 \otimes C_2$.

46. Man zeige, dass man beim Produktcode $C_1 \otimes C_2$ zum gleichen Ergebnis gelangt, wenn man in der Nachrichtenmatrix zuerst die Spalten zu Codewörtern in C_1 ergänzt und anschließend alle Zeilen zu Codewörtern in C_2 bzw. zuerst die Nachrichtenzeilen zu Wörtern in C_2 und anschließend alle Spalten zu Wörtern in C_1.

47. Die bit error rate (BER) eines Kanals betrage 10^{-3}. Wie groß ist dann die byte error rate unter der Voraussetzung, dass die Fehler unabhängig sind?

48. Daten im Umfang von 10^8 bytes sollen über einen Kanal mit byte error rate von 10^{-3} übertragen werden, wobei die Fehler wieder unabhängig sein sollen.

    (a) Wie viele Fehler sind im Mittel zu erwarten, wenn die Daten ohne Verwendung eines fehlerkorrigierenden Codes übertragen werden?

    (b) Die Daten werden mit Hilfe eines $[12, 8, 5]$ Codes über $\mathbb{F}_{2^8}$ codiert. Die Übertragung erfolge dann mit $1\frac{1}{2}$ facher Geschwindigkeit (d.h. die aufgewendete Zeit für die Übertragung der codierten bzw. der uncodierten Daten ist gleich), was allerdings zu einer Erhöhung der byte error rate auf $2 \cdot 10^{-3}$ führt. Wie viele fehlerhafte Empfangsworte (das sind Worte, die mehr als 2 Fehler aufweisen) treten im Mittel auf? Was kann man über die Anzahl der falsch übertragenen Datenbytes aussagen?