1.
2.
3.
4.
5.

Name:

Matrikelnummer:

Analysis für Inf. und Winf. (Prof. Karigl)

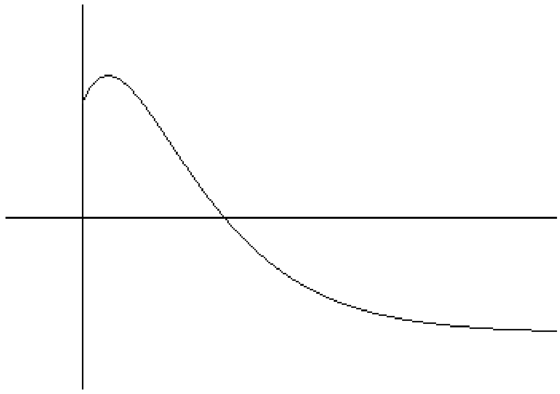
Musterprüfung

---

1. Man diskutiere die Funktion f: $\mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{10x + 3}{e^{2x}} - 1$$

(Monotonie, relative Extrema, Limiten für $x \to 0$ und $x \to \infty$). Ferner zeige man mit Hilfe des Nullstellensatzes, dass f eine positive Nullstelle besitzt und berechne diese näherungsweise (auf eine Nachkommastelle genau).



2. Man berechne das Bereichsintegral

$$\iint_B \left(1 + \frac{10x}{1+x^2} + y\right) dxdy$$

über das Quadrat B, welches durch $-1 \le x \le 1$ und $-1 \le y \le 1$ in der (x,y)-Ebene festgelegt ist.

3. Man bestimme die allgemeine Lösung der linearen inhomogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y'' - y' - 2y = -12x\ .$$

4. Die Mittelwertsätze der Differential- und der Integralrechnung:
   - Mittelwertsatz der Differentialrechnung: Formulierung, Zeichnung
   - Mittelwertsatz der Integralrechnung: Formulierung, Zeichnung
   - Ferner berechne man den Mittelwert einer Funktion f(x) auf einem Intervall [a, b] für ein selbst gewähltes konkretes Beispiel.

Fortsetzung auf der Rückseite!

5. Konvergenz von Folgen und Reihen: Beantworten Sie die folgenden Fragen bzw. überprüfen Sie die nachstehenden Aussagen (bitte ankreuzen; es können keine, genau eine oder auch mehrere Antworten zutreffend sein):

Eine Zahl a heißt Häufungswert der Folge (a_n), falls gilt	○ $\exists\, \varepsilon > 0$: $\lvert a_n - a\rvert < \varepsilon$ für alle n ○ $\forall\, \varepsilon > 0$: $\lvert a_n - a\rvert < \varepsilon$ für fast alle n ○ $\forall\, \varepsilon > 0$: $\lvert a_n - a\rvert < \varepsilon$ für unendlich viele n
Jeder Häufungswert a einer Folge (a_n) ist auch Grenzwert dieser Folge.	○ ja ○ nein
Jeder Grenzwert a einer Folge (a_n) ist auch Häufungswert dieser Folge.	○ ja ○ nein
Die Monotonie einer Folge (a_n) ist für ihre Konvergenz	○ notwendig ○ hinreichend
Die Beschränktheit einer Folge (a_n) ist für ihre Konvergenz	○ notwendig ○ hinreichend
Eine unendliche Reihe Σa_n ist konvergent, wenn die	○ Folge (a_n) konvergent ist, ○ Partialsummenfolge (s_n) konvergent ist, ○ Folge (a_n) eine Nullfolge ist.
Die geometrische Reihe $\Sigma a_0 . q^n$ (mit $a_0 \neq 0$) ist konvergent für	○ $q < -1$ ○ $q = -1$ ○ $-1 < q < 0$ ○ $q = 0$ ○ $0 < q < 1$ ○ $q = 1$ ○ $q > 1$
Die Reihe $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-+\ldots$ ist	○ konvergent ○ absolut konvergent ○ bedingt konvergent ○ divergent

Zeit: 100 Minuten