

**ANA, 2013W****Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik****Blatt 4**

19. Man berechne folgende Grenzwerte (ohne Verwendung der Regel von de l'Hospital):

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2}{1-x^2} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{17x^2 + 4x - 1}{x^3 - 12x^2 + 1}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

20. Man zeige mit Hilfe des Nullstellensatzes, dass die Funktion  $y = e^{x/2} - 4x + 1$  im Intervall  $[0,1]$  sowie im Intervall  $[6,7]$  je eine Nullstelle besitzt. Ferner berechne man diese Nullstellen näherungsweise mit Hilfe des Newton'schen Näherungsverfahrens.

21. Man bestimme die Lösungsfolge der beim „Babylonischen Wurzelziehen“ auftretenden Iteration

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(wobei  $a > 0$ ,  $x_0 > 0$  ist) auf graphischem Weg und zeige, dass stets

$$x_1 \geq x_2 \geq x_3 \geq \dots \geq \sqrt{a}$$

gilt, d.h., die Iterationsfolge  $(x_n)$  ist ab  $n = 1$  monoton fallend und nach unten durch  $\sqrt{a}$  beschränkt.