

ANA, 2013W**Übungsaufgaben zur Analysis für Informatik und Wirtschaftsinformatik****Blatt 12**

58. Man bestimme die relativen Extrema der Funktion $f(x,y) = 4(x-2)(y^2 + 10y) + 3x^3$.
59. Gesucht ist das absolute Maximum der Funktion $f(x,y) = xy(3 - x - y)$ auf dem Definitionsbereich $D = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0, y \leq 3 - x\}$.

(Anleitung: Man skizziere den Definitionsbereich D in der (x,y) -Ebene, bestimme dessen Rand und ermittle alle Funktionswerte auf dem Rand. Das absolute Maximum ist dann unter den relativen Maxima im Inneren sowie unter den Funktionswerten am Rand von D zu suchen.)

60. Man berechne das Bereichsintegral $\iint_B (xy + x^2 - y^2) dx dy$ über dem Rechtecksbereich, welcher durch die Eckpunkte $A(-1,1)$, $B(5,1)$, $C(5,5)$ und $D(-1,5)$ bestimmt ist.
61. Durch Einsetzen bestätige man, dass die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 6y = 12 \ln x$$

durch

$$y(x) = C_1 x^3 + \frac{C_2}{x^2} - 2 \ln x + \frac{1}{3}, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}$$

gegeben ist. Wie lautet die partikuläre Lösung zu den Anfangsbedingungen $y(1) = 2/3$, $y'(1) = -1$?

62. Man zeige, dass jede Funktion $z(x,y) = \frac{1}{a}x + C(y - \frac{b}{a}x)$, wo $C = C(u)$ eine willkürlich gewählte, differenzierbare Funktion in einer Variablen ist, Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = 1$$

(mit $a \neq 0$) ist. Wie lautet die Lösung zur Anfangsbedingung $z(x=0, y) = y^2 + 1$?

63. Vom neuesten Modell eines Mobiltelefonproduzenten werden im Weihnachtsgeschäft 8000 Stück abgesetzt, nach 10 Monaten sind davon nur mehr 7680 Stück in Betrieb. Unter der Annahme, dass die monatliche Ausscheiderate proportional zur Nutzungsdauer ist, bestimme man die Anzahl $y(t)$ der in Betrieb stehenden Mobiltelefone (von den ursprünglich 8000 Stück) in Abhängigkeit von ihrer Verwendungsdauer t , sowie die längste Nutzungsdauer.