

**Übungsaufgaben zu Algebra und Diskrete Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik**

**Blatt 1**

1. Man überprüfe die Gleichung

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}, \quad n \geq 2$$

für  $n = 2, 3, 4, 5$  und beweise sodann deren Gültigkeit für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 2$  durch vollständige Induktion.

2. Man zeige mittels vollständiger Induktion, dass für die rekursiv definierte Folge  $x_0 = 1$  und  $x_{n+1} = x_n + 18n + 15$  für  $n \geq 0$  allgemein gilt:

$$x_n = (3n + 1)^2 \quad \text{für alle } n \geq 0.$$

3. Man untersuche mittels vollständiger Induktion, für welche  $n \in \mathbb{N}$  die angegebene Ungleichung gilt:

$$3n + 2^n \leq 3^n.$$

4. Nach der so genannten „abessinischen Bauernmethode“ werden zwei Zahlen, z.B. 21 und 17, wie folgt multipliziert:

21	17
<del>10</del>	34
5	68
<del>2</del>	<del>136</del>
1	272
	357

Dabei wird der erste Faktor laufend durch 2 dividiert (und der Rest dabei vernachlässigt), während der zweite Faktor stets verdoppelt wird. Nach dem Motto der abessinischen Bauern „Gerade Zahlen bringen Unglück“ streicht man nun alle Zeilen, in denen die Zahl in der ersten Spalte gerade ist. Die Summe der verbleibenden Zahlen in der zweiten Spalte liefert dann das Ergebnis  $21 \cdot 17 = 357$ .

Man begründe, warum diese Methode zum richtigen Resultat führt. (Hinweis: Man gehe von einer Darstellung des ersten Faktors im Binärsystem aus.)

5. Man bestimme rechnerisch und graphisch Summe und Produkt der komplexen Zahlen  $z_1 = 4 - 3i$  und  $z_2 = [2; \pi/2]$ .
6. Man finde alle sechsten Wurzeln von  $z = -27$  in  $\mathbb{C}$  und stelle sie in der Gaußschen Zahlenebene dar.