

## Übungsaufgaben zur Algebra und Diskreten Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik

### Blatt 2

7. (a) Man bestimme den  $\text{ggT}(2010, 5316)$  mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.  
(b) Man finde zwei ganze Zahlen  $x$  und  $y$ , welche die Gleichung  $440x + 187y = 11$  erfüllen.

8. Man löse die folgenden Kongruenzen bzw. beweise deren Unlösbarkeit (in  $\mathbb{Z}$ ):

$$8x \equiv 4 \pmod{16}, \quad 8x \equiv 4 \pmod{15} \quad \text{sowie} \quad x^2 \equiv 2 \pmod{7}$$

9. Man beweise die folgenden Regeln für das Rechnen mit Kongruenzen:

(a)  $a \equiv b \pmod{m}, c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow a + c \equiv b + d \pmod{m}$

(b)  $a \equiv b \pmod{m}, c \equiv d \pmod{m} \Rightarrow a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$

(c)  $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m \cdot c}, c \neq 0 \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$

10. Im europäischen Artikelnummernsystem EAN werden Zahlen mit 13 Dezimalziffern der Form  $a_1 a_2 \dots a_{12} p$  verwendet. Dabei wird die letzte der 13 Ziffern, das ist die Prüfziffer  $p$ , im EAN-Code so bestimmt, dass

$$a_1 + 3a_2 + a_3 + 3a_4 + \dots + a_{11} + 3a_{12} + p \equiv 0 \pmod{10}$$

gilt. Man zeige, dass beim EAN-Code ein Fehler in einer einzelnen Ziffer stets erkannt wird, während eine Vertauschung von zwei verschiedenen benachbarten Ziffern nur dann erkannt wird, wenn sich die beiden Ziffern nicht um 5 unterscheiden.

11. Man bestimme alle  $m, n \in \mathbb{N}$ , für welche die Prädikate  $P(n)$  bzw.  $P(m, n)$  in eine wahre Aussage übergehen.

(a)  $P(n): n! \leq 10n$

(b)  $P(n): (n^2 - 5n - 6 \geq 0) \rightarrow (n \leq 10)$

(c)  $P(m, n): (m = n!) \rightarrow (m \text{ ist durch } 10 \text{ teilbar})$

12. Man zeige, dass es sich bei dem logischen Ausdruck

$$[(b \vee c) \wedge (b \rightarrow \neg a) \wedge a] \rightarrow c$$

um eine Tautologie bzw. bei dem Ausdruck

$$(a \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow b) \wedge a \wedge \neg b$$

um eine Kontradiktion handelt.