

**Übungsaufgaben zur Algebra und Diskreten Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik**

**Blatt 5**

22. Man beweise nachstehende Identitäten für Binomialkoeffizienten:

$$(a) \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad (b) \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \quad (c) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$(d) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 \quad (\text{für } n \geq 1)$$

23. Wie viele verschiedene Variablennamen kann man in einer fiktiven Programmiersprache verwenden, wenn diese Namen aus mindestens einem, höchstens aber vier (nicht notwendig verschiedenen) Buchstaben  $\{A, \dots, Z\}$  bestehen, und die Wörter AND, OR, IF, THEN und GOTO nicht als Teilwörter enthalten sein dürfen.

24. Wie viele verschiedene Tipps müssen beim Lotto „6 aus 45“ abgegeben werden, um sicher einen Sechser zu erzielen? Wie viele verschiedene Tipps gibt es überhaupt in den Gewinnrängen (d.h. Dreier oder besser)? Bei wie vielen möglichen Tipps stimmt mindestens eine Zahl, bei wie vielen sind alle Zahlen falsch?

25. Wie viele natürliche Zahlen  $n$  mit  $1 \leq n \leq 1000$  gibt es, die durch 3, 13 oder durch 23 teilbar sind? Wie viele sind weder durch 3, noch durch 13, noch durch 23 teilbar?

26. Wie viele natürliche Zahlen  $n$  mit  $1 \leq n \leq 10^6$  gibt es, die weder gerade sind, noch Quadratzahlen, noch dritte Potenzen natürlicher Zahlen sind?

27. Man finde die allgemeine Lösung der Differenzgleichung

$$(a) 4x_{n+1} - 5x_n + 1 = 0 \quad (n \geq 0)$$

$$(b) x_{n+1} - x_n - 6 = 0 \quad (n \geq 0)$$

sowie die jeweilige partikuläre Lösung zur Anfangsbedingung  $x_0 = 4$ .