**ADM, 2014S**

## Übungsaufgaben zur Algebra und Diskreten Mathematik für Informatik und Wirtschaftsinformatik

## Blatt 11

55. Gegeben sei der Vektorraum $P_n(\mathbb{R})$ aller Polynome in x vom Grad kleiner gleich n mit Koeffizienten aus $\mathbb{R}$. Sei weiters eine Abbildung D definiert durch

$$D\left(\sum_{k=0}^{n} a_k x^k\right) = \sum_{k=1}^{n} k a_k x^{k-1} .$$

Man überprüfe, ob D eine lineare Abbildung ist und bestimme gegebenenfalls die zugehörige Matrix bezüglich der Basis $\{x^0, x^1, \dots, x^n\}$. Ist D injektiv oder surjektiv?

56. Sei f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung mit $f\,(1,0)^T = f\,(2,3)^T = (1,-2)^T$. Man bestimme den Kern ker(f) und das Bild $f(\mathbb{R}^2)$ sowie den Defekt def(f) und den Rang rg(f) von f, und verifiziere die Beziehung def(f) + rg(f) = $\dim(\mathbb{R}^2)$. Wie lautet die Matrix von f bezüglich der kanonischen Basis?

57. Man untersuche die Lösbarkeit folgender Gleichungssysteme und berechne gegebenenfalls alle ihre Lösungen:

(a) $5x_1 - x_2 = 12$, $-x_1 + 2x_2 = 12$

(b) $x_1 + 4x_2 = 0$, $2x_1 - x_2 = 0$

(c) $-3x_1 + x_2 = 1$, $9x_1 - 3x_2 = -2$

(d) $12x_1 + 9x_2 = 18$, $8x_1 + 6x_2 = 12$