

Übungsaufgaben zur Analysis 2 für Informatik

Blatt 3

13. Es sei B der durch $x = 4$, $y = 1$ und $x + 2y = 2$ begrenzte beschränkte Bereich in der (x,y) -Ebene. Man berechne $\iint_B 12x^2y^2 \, dx \, dy$ auf zwei verschiedene Arten (durch Vertauschen der Integrationsreihenfolge).

14. Man berechne das Doppelintegral

$$\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=0}^{x=\sqrt{1-y}} x^2 \sqrt{1-y} \, dx \, dy.$$

Welches Bereichsintegral wird dadurch gegeben? Man berechne das Integral auch bei vertauschter Integrationsreihenfolge.

15. Man zeige, dass gilt

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2} \, dx = 1.$$

(Anleitung: Man betrachte zunächst das Bereichsintegral $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)/2} \, dx \, dy$, welches durch Transformation in Polarkoordinaten bestimmt werden kann und den Wert 2π besitzt. Daraus ist die Behauptung abzuleiten.)

16. Man berechne das Bereichsintegral $\iiint_B x^2 \, dx \, dy \, dz$, wobei $B \subseteq \mathbb{R}^3$ der Hohlzylinder

$$B = \{(x,y,z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, 1 \leq z \leq 2\}$$

ist.

17. Wie groß ist die Bogenlänge der Kurve

$$(a) \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}t^2 \\ \frac{1}{3}(2t+1)^{3/2} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (b) \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

18. Man bestimme Volumen und Oberfläche eines Torus. (Dabei beachte man die in Aufgabe 4. angegebene Parametrisierung.)