ANA2, 2013S

Übungsaufgaben zur Analysis 2 für Informatik

Blatt 8

43. Man ermittle alle Lösungen der nichtlinearen Differentialgleichung

$$y' = \frac{y^2 - 4}{x}$$

durch Trennung der Variablen und anschließende Partialbruchzerlegung.

44. Gesucht ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\left(\frac{y^2}{2} + 2ye^x\right)dx + \left(y + e^x\right)dy = 0\,.$$

Hinweis: Die Gleichung kann mit Hilfe eines integrierenden Faktors in eine exakte Gleichung transformiert werden.

45. Man löse die Bernoulli'sche Differentialgleichung

$$xy' - 4y - x^2\sqrt{y} = 0\,.$$

46. Durch die Transformation $y(x) = z(\ln x)$ und Rückführung auf eine lineare Differentialgleichung bestätige man, dass die allgemeine Lösung der nachstehenden Euler'schen Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 6y = 12\ln x$$

durch

$$y(x) = C_1 x^3 + \frac{C_2}{x^2} - 2\ln x + \frac{1}{3}, \; C_1, C_2 \in \mathbb{R}$$

gegeben ist. Wie lautet die partikuläre Lösung zu den Anfangsbedingungen y(1) = 2/3, y'(1) = −1?

47. Man berechne alle Gleichgewichtslagen der nichtlinearen Differentialgleichung

$$y' = y\left(\frac{8y}{y+1} - y - 1\right)$$

und überprüfe sie auf Stabilität.

48. Man löse die partielle Differentialgleichung $au_x + bu_y = 1$ und zeige, dass die Lösung (für $a \neq 0$) in der Form

$$u(x, y) = \frac{1}{a} x + c(y - \frac{b}{a} x)$$

geschrieben werden kann, wo $c = c(t)$ eine beliebig gewählte, differenzierbare Funktion in einer Variablen ist. Wie lautet die Lösung zur Anfangsbedingung $u(x = 0, y) = y^2 + 1$?