

Übungsaufgaben zur Analysis 2 für Informatik

Blatt 10

55. Mit Hilfe eines Produktansatzes bestimme man Lösungen der folgenden partiellen Differentialgleichung:

$$x^2 u_{xy} + 3y^2 u = 0.$$

56. Man finde Lösungen der Potentialgleichung $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$ auf einer Kreisscheibe. Dazu transformiere man die Gleichung auf Polarkoordinaten und bestimme Lösungen der transformierten Gleichung mittels eines Produktansatzes. (Anfangs- oder Randbedingungen sind nicht zu berücksichtigen.)
57. Man betrachte die Temperaturverteilung $u(x, t)$ eines Stabes der Länge l , welche an der Stelle $0 \leq x \leq l$ zur Zeit $t \geq 0$ durch die homogene Wärmeleitungsgleichung

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}$$

(mit einer Konstanten $\alpha > 0$) beschrieben werden kann. Man löse nun mit Hilfe des Produktansatzes $u(x, t) = X(x) T(t)$ das folgende Rand-Anfangswert-Problem (für eine vorgegebene Funktion $f(x)$):

$$u(x, 0) = f(x) \text{ für } 0 \leq x \leq l, \quad u(0, t) = u(l, t) = 0 \text{ für } t \geq 0.$$

58. Man diskutiere das Gleitkomma-System $\mathbb{F}(b = 10, n = 4, e_{\min} = -9, e_{\max} = 9)$: Zahlendarstellung, größte Zahl, kleinste positive normalisierte/denormalisierte Zahl, absolute Abstände, Anzahl der Maschinenzahlen in \mathbb{F} , relative Maschinengenauigkeit. Ferner zeige man, dass die größte darstellbare Zahl durch fortlaufende Addition von 1 in \mathbb{F} nicht erreicht werden kann.
59. In der Menge der Maschinenzahlen \mathbb{F} ist die Multiplikation keine assoziative Operation. Man belege diese Aussage durch ein Beispiel.
60. Mit Hilfe der Näherung

$$\frac{\Delta f(x)}{f(x)} \approx \frac{x f'(x) \Delta x}{f(x) x}$$

für den relativen Fehler der Funktion $f(x)$ finde man Fehlerschätzungen für die folgenden Rechenoperationen $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \ln(x)$ und $f(x) = \sin x$.