

Übungsaufgaben zur Analysis 2 für Informatik

Blatt 12

67. Die folgende Tabelle gibt die Entwicklung der Weltbevölkerung (in Milliarden) seit dem Jahr 1950 wieder:

Jahr t	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Bevölkerung f(t)	2,53	3,04	3,70	4,45	5,31	6,12	6,90

Man finde eine Trendfunktion der Form  $g(t) = c \cdot e^{at}$  und extrapoliere die Bevölkerungszahl für das Jahr 2020.

(Hinweis: Man bestimme die Ausgleichsgerade für die Wertepaare  $(t, \ln g(t))$  nach der Methode der kleinsten Quadrate.)

68. Im Rahmen der Polynominterpolation spielt die Vandermonde'sche Matrix

$$V(x_0, x_1, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & \dots & x_1^n \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^n \end{pmatrix}$$

eine wichtige Rolle. Man zeige, dass für ihre Determinante gilt:

$$\det(V) = \prod_{\substack{i,j=0 \\ i < j}}^n (x_j - x_i).$$

69. Der Gebrauchtwert einer Maschine betrage nach zwei Jahren noch 50%, nach vier Jahren noch 25% des Anschaffungspreises. Man gebe ein Polynom  $p(t)$  2. Grades als Funktion der Nutzungsdauer  $t$  an, das mit diesen empirischen Daten übereinstimmt und für  $t = 0$  den Wert 100 (Neuwert mit 100%) annimmt. Ferner vergleiche man die Erfahrungswerte von 70% Gebrauchtwert nach einem Jahr und 35% nach drei Jahren mit den entsprechenden  $p$ -Werten.
70. Man bestimme das Interpolationspolynom dritten Grades zu den Interpolationsstellen  $(0, 180)$ ,  $(2, 240)$ ,  $(4, 320)$  und  $(6, 360)$  (a) durch Lagrange-Interpolation sowie (b) unter Anwendung des Newton'schen Interpolationsverfahrens. Wie lauten die Funktionswerte des Interpolationspolynoms an den Stellen  $x = 1, 3, 5$ ?

71. Wie lautet die natürliche kubische Splinefunktion, welche die Wertepaare aus der vorhergehenden Aufgabe interpoliert? Man vergleiche die Funktionswerte für  $x = 1, 3, 5$  mit denen des kubischen Interpolationspolynoms.
72. Mit Hilfe der (a) Sehnentrapezformel, (b) Simpsonschen Regel berechne man näherungsweise  $\pi$  aus der Gleichung

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}.$$

Dabei verwende man eine Unterteilung des Integrationsintervalls bei (a) in 2, 5 und 10 Teilintervalle, bei (b) in 10 Teilintervalle.