1. Probetest - Mathematik 1 für Bauingenieure - SS 2015

Name:... Matr. Nr.:.............................. Gruppe .....

Begründen Sie Ihre Antworten! Nicht mit Rot- oder Bleistift schreiben!
Schreiben Sie nur auf einer Seite! Jedes Beispiel ist 10 Punkte wert.

1. Der Buchstabe **A** stehe für die Aussage “Das Auto ist neu”, und der Buchstabe **B** für die Aussage “Man kann mit dem Auto schnell fahren”. Schreiben Sie mittels aussagenlogischer Formeln:
   (a) Das Auto ist nicht neu, aber es lässt sich schnell fahren.
   (b) Das Auto ist weder neu noch kann man damit schnell fahren.
   (c) Das Auto ist neu, aber man kann damit nicht schnell fahren.
   (d) Das stimmt nicht, dass das Auto neu ist oder dass man damit schnell fahren kann.
   (e) Wenn das Auto neu ist, dann lässt es sich auch schnell fahren.
   (f) Wenn das Auto schnell fährt, dann ist es auch neu.
2. Verwenden Sie das Prinzip der vollständigen Induktion um zu zeigen:
   (a) $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
   (b) $\prod_{k=2}^{n}(1-\frac{1}{k}) = \frac{1}{n}$, für $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
3. (a) Geben Sie die Definition des Grenzwertes einer Folge.
   (b) Berechnen Sie follgende Grenzwerte, falls vorhanden:
      (i) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{\ln n}$,
      (ii) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$,
      (iii) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{(n-1)^2}$. Sie dürfen dabei die Beziehung $\lim\limits_{m\to\infty}\left(1+\frac{x}{m}\right)^m = e^x$ verwenden.
4. (a) When ist eine Reihe (i) konvergent? (ii) absolut konvergent?
   (b) Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz.
      (i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+\sin n}{3^n+2}$,
      (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \frac{3^n}{4^n}$,
      (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^{n^2}}$.
   (c) Bestimmen Sie den Grenzwert der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2^n}{3^n}-\frac{1}{4^n}\right)$.
5. (a) Geben Sie die Polar- und Exponentialdarstellung der komplexen Zahl $z = 16 + i16$ an.
   (b) Berechnen Sie $\sqrt[3]{z}$.
   (c) Tragen Sie die Lösungen aus (b) in die Gauß'sche Zahlenebene ein.