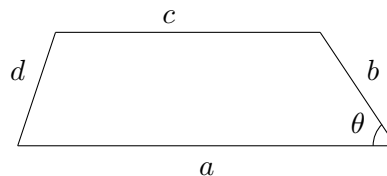


1. ÜBUNGSBLATT – UE 104.289 MATHEMATIK – SOMMERSEMESTER 2017

1. (a) Lesen Sie im Skript folgende Begriffe nach: logisches 'und' (\wedge), logisches 'oder' (\vee), Implikation (\Rightarrow), Äquivalenz (\Leftrightarrow), Negation (\neg), Allquantor (\forall) und Existenzquantor (\exists).
- (b) $\mathbf{A}(x)$ stehe für die Aussage “ x kann rechnen” und $\mathbf{B}(x)$ für die Aussage “ x kann denken”. Schreiben Sie mittels aussagenlogischer Formeln:
 - i. Der F. kann entweder nicht rechnen oder nicht denken. Vielleicht kann er auch nichts davon.
 - ii. Wer denken kann, kann auch rechnen.
 - iii. Ich kenne jemanden, der kann zwar nicht rechnen, dafür aber denken.
 - iv. Es ist nicht so, dass der F. wenn er rechnen könnte auch denken könnte.
2. (a) Beweisen Sie mit Hilfe einer Wahrheitstabelle, dass $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ genau dann gilt, wenn $\neg \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ gilt.
- (b) Drücken Sie die Negation von $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{B}$ möglichst einfach aus.
- (c) Drücken Sie die Negation von $\mathbf{A} \Rightarrow \neg \mathbf{B}$ möglichst einfach aus.
3. Geben Sie jeweils eine beliebige hinreichende aber nicht notwendige sowie eine beliebige notwendige aber nicht hinreichende Bedingung für folgende Sachverhalte an:
 - (a) Mein Konto ist leer.
 - (b) Die Zahl x ist positiv und kleiner als $\sqrt{2}$.
 - (c) Das Trapez mit den Seitenlängen a, b, c, d und von a und b eingeschlossenem Winkel θ ist ein Rechteck.



4. Für den Beweis mittels vollständiger Induktion sind zwingend beide Schritte (Induktionsanfang, Induktionsschritt) notwendig:
 - (a) Zeigen Sie, dass der Induktionsschritt für den Nachweis der falschen Behauptung $1^n = 0$ beweisbar ist.
 - (b) Geben Sie eine falsche Behauptung an, für die der Induktionsanfang funktioniert, aber der Induktionsschritt fehlschlägt.
5. Zeigen Sie durch vollständige Induktion für $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, dass $n(n^4 - 1)$ durch 5 teilbar ist.
6. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n (k^2 - k) = \frac{n(n+1)(n-1)}{3}$$

gilt.

7. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$

$$\frac{4n}{3} - 1 \geq \sum_{k=1}^n \frac{1}{3^k}$$

gilt.

8. Zeigen Sie, dass für alle $n \geq n_o$ (bestimmen Sie ein $n_o \in \mathbb{N}$!)

$$n! \geq 2^{n+1}$$

gilt.