# GEOMETRIE FÜR INFORMATIK: ÜBUNG 2

(1) Zeigen Sie, dass für beliebige $a, b \in \mathbb{R}^3$ und $\lambda \in \mathbb{R}$

$$a \times (\lambda b) = \lambda(a \times b)$$

gilt. Verwenden Sie hierfür die Rechenregeln für das Kreuzprodukt aus der Vorlesung.

(2) Überprüfern Sie die Rechenregeln des Kreuzprodukts (alternierend, distributiv, linear bzgl. Skalarmultiplikation) anhand der Vektoren
   (a) $a = (1, 0, 0),\ b = (0, 1, 0),\ c = (0, 0, 1),\ \lambda = 2$.
   (b) $a = (2, 1, 6),\ b = (3, 1, 2),\ c = (2, 5, 1),\ \lambda = 6$.

(3) Berechnen Sie die Hessesche Normalform und eine Parameterdarstellung der Gerade die, die Punkte $p$ und $q$ verbindet.
   (a) $p = (1, 0),\ q = (4, 6)$
   (b) $p = (-2, 5),\ q = (3, 1)$.

   Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.

(4) Ergänzen Sie die Vektoren zu einem Rechtssystem:
   (a) $a = (1, 0, 0),\ b = (0, 1, 0)$.
   (b) $a = (2, 1, 6),\ b = (3, 1, 2)$.

(5) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene $E$
   (a) $A = (2, 1, 6),\ B = (3, 1, 2),\ C = (2, 5, 1)$
   (b) $A = (4, 1, 2),\ g(t) = (3, 5, 7) + t(1, 1, 1)$
   (c) $g(t) = (1, 2, 4) + t(1, 3, 2),\ h(s) = (4, 1, 1) + t(6, 2, 4)$

(6) Sei $ABC \in \mathbb{R}^2$ ein Dreieck. Gegeben sind 3 Punkte $U, V, W$ aus dem Inneren des Dreiecks $ABC$. Mit $(u_1, u_2, u_3)$, $(v_1, v_2, v_3)$ und $(w_1, w_2, w_3)$ bezeichnen wir die baryzentrischen Koordinaten dieser Punkte. Finden Sie ein Kriterium das entscheidet ob diese Punkte auf einer Geraden liegen.

(7) Gegeben seien 3 Punkte $A, B, C \in \mathbb{R}^2$ die nicht auf einer Gerade liegen. Berechnen Sie den Mittelpunkt des Kreises durch $A$, $B$, $C$.
   (a) $A = (1, 0),\ B = (-1, 0),\ C = (0, 1)$
   (b) $A = (2, 3),\ B = (6, 7),\ C = (2, 8)$