

Geometrie für Informatik

Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (Bernoullische Lemniskate) Sei c die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow \left(\frac{a \cos(t)}{1 + \sin^2(t)}, \frac{a \cos(t) \sin(t)}{1 + \sin^2(t)} \right),$$

für $a > 0$ fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung von c .

Aufgabe 2 (Radlinie) Sei c die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow (a \cos(t) + b \cos(2t), a \sin(t) + b \sin(2t)),$$

für $a, b > 0$ fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung von c .

Aufgabe 3 (Umschwingkurve) Sei c die Raumkurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 \\ t \rightarrow \left(r \cos(t), r \sin(t), \frac{1}{2} \sin(2t) \right),$$

für $r > 0$ fest gewählt. Visualisieren Sie die Kurve. Berechnen Sie die Krümmung, Torsion und Begleitbasis von c .

Aufgabe 4 (Viviani's Kurve) Sei c die Raumkurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 \\ t \rightarrow (r \sin(t), r \sin(t) \cos(t), r \sin^2(t)),$$

für $r > 0$ fest gewählt. Zeigen Sie, dass c auf einer Kugel mit Mittelpunkt $(0, 0, 1)$ liegt. Visualisieren Sie die Kurve und die dazugehörige Kugel für ein fest gewähltes r . Berechnen Sie die Krümmung und Torsion von c .

Hinweis: Zum Visualisieren können Sie zB. ein beliebiges Computeralgebrasystem wie Maple oder Mathematica verwenden.