

Geometrie für Informatik

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (Tschirnhausen Kubik) Sei c die Kurve

$$c : [-3, 3] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow \left(\frac{1}{3}t^3 - t, t^2 \right).$$

- Finden Sie eine implizite Darstellung der Kurve.
- Ist die Parametrisierung regulär? Finden Sie eine Reparametrisierung auf Bogenlänge.
- Berechnen Sie die Krümmung der Kurve
- Was ist der Krümmungskreis für $t = -1$
- Visualisieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 2 (Asteroide) Sei c die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^2 \\ t \rightarrow (\cos^3 t, \sin^3 t),$$

für $a > 0$ fest gewählt.

- Wo ist die Parametrisierung regulär?
- Berechnen Sie auf jedem regulären Teil der Kurve ihre Evolvente.
- Visualisieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 3 (Schraublinie II) Sei c die Kurve

$$c : [0, 2\pi] \mapsto \mathbb{R}^3 \\ t \rightarrow (r \cos t, r \sin t, pt),$$

Rechnen Sie anhand von c die Frenetschen Ableitungsgleichungen nach.

Aufgabe 4 (Implizite Kurven) Sei c die Kurve implizite Kurve die durch die Gleichung

$$F(x, y) = x \sin x - y \cos y.$$

Visualisieren Sie alle Kurven die durch diese implizite Gleichung beschrieben werden. Berechnen Sie die Tangente und Krümmung im Punkt $x = 0, y = 2\pi$.