

Übungsblatt 8 für Diskrete Methoden

43.) Seien $A(s) = \sum_{n \geq 1} \frac{a_n}{n^s}$ und $B(s) = \sum_{n \geq 1} \frac{b_n}{n^s}$ zwei erzeugende Dirichletreihen. Zu welcher Folge ist dann $C(s) = A(s)B(s)$ die erzeugende Dirichletreihe? Weiters bestimme man die erzeugende Dirichletreihe der Folge $(\log n)_{n \geq 1}$.

44.) Die Halbordnung (P, \leq) sei gegeben durch $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ und $0 \leq 1 \leq 4$, $0 \leq 2 \leq 4$, $0 \leq 3 \leq 4$. Berechnen Sie die Werte der Möbiusfunktion μ dieser Halbordnung.

45.) (a) Berechnen Sie die Werte von $\mu * \mu$ für die Halbordnung (\mathbb{N}, \leq) .

(b) Berechnen Sie die Werte von $\mu * \mu$ für die Halbordnung $(\mathbb{N}^+, |)$.

46.) Es sei $P = \{2^n, n = 0, 1, 2, \dots\}$, $x \leq y \Leftrightarrow x|y$. Es sei eine arithmetische Funktion $f(x, y)$ auf P folgendermaßen definiert:

$$f(x, y) = \begin{cases} (-1)^{\frac{y}{x}+1}, & \text{falls } x \leq y, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie die Inverse bezüglich $*$ zu f .

47.) Lösen Sie mit Hilfe des Inklusions-Exklusions-Prinzips: Auf wie viele Arten können acht Türme auf ein Schachbrett gestellt werden, derart, daß sie einander nicht schlagen und die weiße Diagonale frei bleibt?

48.) Lösen Sie mit Hilfe des Inklusions-Exklusions-Prinzips: Wie viele natürliche Zahlen n mit $1 \leq n \leq 10^4$ gibt es, die durch 3, 5 und 7, aber weder durch 9 noch durch 11 teilbar sind?