

### 3. Übungsblatt – Mathematik 3 für Bauingenieure

Wintersemester 2017/18

#### Beispiel 16

Gegeben sei das Sturm–Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

- Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- Entwickeln Sie die auf  $[0, 1]$  definierten Funktionen  $f(x) = x$  und  $g(x) = \sin(3\pi x)$  nach den Eigenfunktionen des Sturm–Liouvilleschen Eigenwertproblems.
- Angenommen, das obige Randwertproblem wird nicht auf  $[0, 1]$  sondern auf  $[0, 2]$  gestellt, d.h. Sie ersetzen den rechten Randpunkt  $b = 1$  durch  $b = 2$ . Bezeichnen  $\lambda_n$  die Eigenwerte des Problems auf  $[0, 1]$ , dann sind die Eigenwerte des Problems auf  $[0, 2]$  gegeben durch

$$\bigcirc \lambda_n \quad \bigcirc 2\lambda_n \quad \bigcirc \frac{\lambda_n}{2} \quad \bigcirc \frac{\lambda_n}{4} \quad \bigcirc \lambda_n^2$$

#### Beispiel 17

Gegeben sei das Sturm–Liouvillesche Eigenwertproblem

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y(1) = 0.$$

- Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- Entwickeln Sie die auf  $[0, 1]$  definierte Funktion  $g(x) = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  nach den Eigenfunktionen des Sturm–Liouvilleschen Eigenwertproblems.

#### Beispiel 18

Gegeben sei das Randwertproblem

$$y''(x) - \lambda y(x) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y'(2) = 0.$$

- Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Randwertproblems.
- Entwickeln Sie die auf  $[0, 2]$  definierten Funktionen  $f(x) = \sin(2\pi x)$  und  $g(x) = 1 + \cos(2\pi x)$  nach den Eigenfunktionen des Randwertproblems.

#### Beispiel 19

Es sei  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  zweimal stetig differenzierbar und  $|f(t)| \leq ke^{ct}$  für  $t \geq 0$  und  $k, c \in \mathbb{R}$ . Beweisen Sie die folgenden Formeln:

- $\mathcal{L}\{f'\}(s) = s\mathcal{L}\{f\}(s) - f(0)$
- $\mathcal{L}\{f''\}(s) = s^2\mathcal{L}\{f\}(s) - sf(0) - f'(0)$

Bereiten Sie bitte die Übungsbeispiele bis zur nächsten Übung vor, die am 13.11.2017 von 9 bis 11 Uhr stattfindet.

Sprechstunde jeden Dienstag von 9 bis 10 Uhr im 7. Stock, grüner Bereich, Zimmer K22 und nach Vereinbarung. E-mail: olaf.mordhorst@tuwien.ac.at