

5. Übungsblatt – Mathematik 3 für Bauingenieure

Wintersemester 2017/18

Beispiel 25

Bestimmen Sie möglichst allgemeine Lösungen der Differentialgleichungen

$$2u_x + 3u_y = 0, \quad y u_x - 3x u_y = 0$$

und zeigen Sie durch explizites Nachrechnen, dass es sich dabei tatsächlich um Lösungen handelt!

Beispiel 26

- (a) Bestimmen Sie eine möglichst allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x u_x + 2y u_y = 0 \tag{1}$$

und zeigen Sie durch explizites Nachrechnen, dass es sich dabei tatsächlich um eine Lösung handelt!

- (b) Entscheiden Sie ob (1) eine Lösung besitzt, die $u(x, y = x^2) = x$ erfüllt und schreiben Sie eine solche Lösung gegebenenfalls explizit an.
- (c) Entscheiden Sie ob (1) eine Lösung besitzt, die $u(x, y = 1) = x^2$ erfüllt und schreiben Sie eine solche Lösung gegebenenfalls explizit an.

Beispiel 27

- (a) Bestimmen Sie eine möglichst allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u_x + 2 \ln(x) u_y = 0 \tag{2}$$

und zeigen Sie durch explizites Nachrechnen, dass es sich dabei tatsächlich um eine Lösung handelt!

- (b) Entscheiden Sie ob (2) eine Lösung besitzt, die $u(x = 1, y) = y$ erfüllt und schreiben Sie eine solche Lösung gegebenenfalls explizit an.
- (c) Entscheiden Sie ob (2) eine Lösung besitzt, die $u(x = 1, y) = 0$ erfüllt und schreiben Sie eine solche Lösung gegebenenfalls explizit an.

Beispiel 28

Gegeben sei für $t \geq 0$ und $x \in \mathbb{R}$ die unbeschränkte Wellengleichung

$$u_{tt}(x, t) = 16u_{xx}(x, t). \tag{3}$$

- (a) Verwenden Sie die Lösungsformel von d'Alembert zur Bestimmung einer Lösung von (3), die folgende Anfangsbedingungen erfüllt

$$u(x, 0) = x^2 e^{-x^2}, \quad u_t(x, 0) = 0.$$

Fertigen Sie für die Lösung eine aussagekräftige Skizze von $u(x, 1)$ für $x \in \mathbb{R}$ an!

- (b) Verwenden Sie die Lösungsformel von d'Alembert zur Bestimmung einer Lösung von (3), die folgende Anfangsbedingungen erfüllt

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 3x^2.$$

Berechnen Sie für die Lösung den Wert $u(0, t = 1)$.

Bereiten Sie bitte die Übungsbeispiele bis zur nächsten Übung vor, die am 11.12.2017 von 9 bis 11 Uhr stattfindet.

Sprechstunde jeden Dienstag von 9 bis 10 Uhr im 7. Stock, grüner Bereich, Zimmer K22 und nach Vereinbarung. E-mail: olaf.mordhorst@tuwien.ac.at