

Mathematik für BI

1. Übungsblatt

Sommersemester 2015

Wiederholung aus dem Wintersemester

1. Skizzieren Sie das Flächenstück F , das von der Kurve

$$\begin{pmatrix} \varphi(\varphi - 2\pi) \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad \varphi \in [0, 2\pi],$$

eingeschlossen wird und bestimmen Sie den Flächeninhalt von F .

2. Skizzieren Sie die in Polarkoordinaten gegebene Archimedische Spirale

$$r(\varphi) = 2\varphi, \quad \varphi \in [0, 2\pi],$$

und bestimmen Sie ihre Länge.

3. Berechnen Sie das Volumen und die Mantelfläche des Rotationskörpers, der durch Rotation des Flächenstücks

$$\{(x, y) : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x(1 - x)\}$$

um die x -Achse entsteht.

4. Es sei $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Bestimmen Sie *alle* stetig differenzierbaren Funktionen $y : I \rightarrow \mathbb{R}$, die folgender linearen homogenen Differentialgleichung 1. Ordnung genügen

$$y'(x) = f(x)y(x).$$

5. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $y' - x^2y = 0$

(b) $y' + \frac{y}{x} = 0$

6. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden homogenen linearen Differentialgleichungen 2. Ordnung

(a) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(b) $y'' + 2y' + 5y = 0$

7. Gegeben sei die lineare Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + \mu y = 0.$$

Bestimmen Sie jene Werte von μ , sodass die Differentialgleichung für $x > 0$ nur beschränkte Lösungen besitzt.

8. Bestimmen Sie *alle* Lösungen der Differentialgleichung

$$y'' + y = \cos 2x + 2 \sin x.$$