# Angaben für die 1. Übung am 7.3.2017

259. Berechnen Sie das Riemann-Integral $\int_1^2 (2-x)\,dx$ mittels äquidistanter Riemann-Summen.

267. Verwenden Sie den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, um zu entscheiden ob $F$ eine Stammfunktion von $f$ ist:

   (a) $f(x) = -\sin(x)$, $\quad F(x) = \int_x^0 \sin(t)\,dt$.

   (b) $f(x) = x^3$, $\quad F(x) = \int_0^{2x} 3t^2\,dt$.

   (c) $f(x) = e^x$, $\quad F(x) = 2\int_1^{x/2} e^{2t}\,dt$.

270. Berechnen Sie die Integrale mittels Partialbruchzerlegung:

   (a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x(x^2-1)}$ (b) $\displaystyle\int \frac{dy}{y(y^2+1)}$ (c) $\displaystyle\int \frac{z^2+z+1}{z(z^2+1)}dz$

272. Berechnen Sie die Integrale mit Hilfe partieller Integration:

   (a) $\displaystyle\int x^2 e^x\,dx$ (b) $\displaystyle\int x\ln x\,dx$ (c) $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,dx$

273. Ermitteln Sie mit Hilfe der Integralrechnung die Fläche der Ellipse mit Halbachsen $a, b > 0$.

274. Berechnen Sie die Integrale mit Hilfe geeigneter Substitutionen:

   (a) $\int x^2\sqrt{x-2}\,dx$ (b) $\int \tan y\,dy$ (c) $\int \sin(\ln z)\,dz$

284. Weisen Sie nach, dass
$$\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^\alpha}\,dx$$
genau für $\alpha < 1$ einen endlichen Wert besitzt.

286. Zeigen Sie, dass $\displaystyle\lim_{\substack{s\to 0+\\ t\to\infty}} \int_s^t \frac{\sin(x)}{x}\,dx$ einen endlichen Grenzwert besitzt.
*Anleitung:* Formen Sie $\int_s^t \frac{\sin(x)}{x}dx$ mittels partieller Integration so um, dass ersichtlich wird, warum
$$\left|\int_s^t \frac{\sin(x)}{x}\,dx\right| \le \frac{1}{s} + \frac{1}{t} + \int_s^t \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{2}{s}.$$