Angaben für die 1. Übung am 12.3.2019

I-294. Berechnen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty x e^{-x^2}\, dx.$$

I-295. Weisen Sie nach, dass

$$\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^\alpha}\, dx$$

genau für $\alpha < 1$ einen endlichen Wert besitzt.

I-296. Benutzen Sie ein Vergleichsargument, um zu zeigen, dass die Integrale

$$\int_0^\infty e^{-x^2}\, dx \qquad \text{und} \qquad \int_1^\infty \frac{\sin(x)}{x^2}\, dx$$

endlich sind.

I-298. Begründen Sie mit Hilfe des Integralvergleichskriteriums, dass die Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^\alpha}$ genau für $\alpha > 1$ konvergiert.

I-299. Entscheiden Sie mit Hilfe des Integralvergleichskriteriums, ob die unendliche Reihe $\displaystyle\sum_{n=2}^\infty \frac{1}{n\ln(n)}$ konvergiert oder divergiert.

I-305. Berechnen Sie die Länge einer Parabel, die durch den Funktionsgraphen von $f(x) = x^2$ gegeben ist, im Bereich $0 \le x \le a$.

Hinweis: Im auftretenden Integral bietet sich die Substitution $2x = \sinh t$ an. Verwenden Sie außerdem die Identität $1 = \cosh^2 t - \sinh^2 t$.

I-307. Skizzieren Sie und berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve mit

$$x(t) = t\cos(t), y(t) = t\sin(t), \qquad \text{für } t \in [0, \pi].$$

Hinweis: Mit einer geeigneten Substitution lässt sich das auftretenden Integral auf die vorige Aufgabe zurückführen.

I-308. Welche Integrale treten bei der Berechnung der Bogenlänge einer Ellipse auf, welche bei einer Hyperbel? (Sie müssen diese Integrale nur anschreiben und nicht explizit ausrechnen.)