Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.: ☐ Exchange student (Erasmus, ...)

Bitte keinen Rotstift verwenden!

105.042 Risikotheorie
Vorlesung, 2006W, 4.0h

Freitag, 19. Oktober 2007, 12:00 bis 14:00,
Freihaus Hörsaal 6
Hubalek

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung auf der Liste oder per E-Mail an den Vortragenden!

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\sum$	15	

1. Eine stetige Zufallsvariable X heißt Pareto-verteilt $\mathrm{Par}(a,b)$ mit den Parametern $a > 0$ und $b > 0$, wenn sie die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \frac{ab^a}{(b+x)^{a+1}} I_{\{x>0\}}$$

besitzt.

   (a) Berechnen Sie die Prämie für einen Schaden mit $\mathrm{Par}(2,1)$-Verteilung nach dem Erwartungswertprinzip mit 5% Sicherheitszuschlag. (Hinweis: $x = x + 1 - 1$.)

   (b) Was kann man über einen Schaden mit $\mathrm{Par}(1,1)$-Verteilung versicherungsmathematisch sage, wenn Prämien nach dem Erwartungswertprinzip berechnet werden sollten?

   (c) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion einer $\mathrm{Par}(a,b)$-verteilten Zufallsvariable.

   (d) Bestimmen Sie den Value-at-Risk zum Niveau $\alpha = 0.05$ für ein Risiko der Form $S = 1-X$, wobei X eine $\mathrm{Par}(1,1)$-verteilten Zufallsvariable ist. Sie dürfen und sollen die Verzinsung vernachlässigen, i.e. $r = 1$, in der Notation der Vorlesung.

2. Betrachten Sie einen Cramer-Lundberg-Risikoprozeß mit konstanter Schadenshöhe 1, Intensität 1 und Prämienrate $1/\ln 2$.

   (a) Bestimmen Sie die Ruinwahrscheinlichkeit $\psi(0)$.

   (b) Stellen Sie die Gleichung für den Cramer-Lundberg-Koeffizienten auf.

   (c) Was ergibt die in der Vorlesung (Gerber Kap.8.7) angegebene obere sowie die untere Schranke für den Cramer-Lundberg-Koeffizienten?

   (d) Stimmt es, daß $\psi(10) \leq 1/1024$ gilt? (Detaillierte Begründung! Hinweis: Sehen Sie Ihr Ergebnis in (b) nochmals scharf an!)

   (e) Angenommen $x = 1/2$. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, daß Ruin beim ersten Schaden eintritt?

3. Gegeben sei ein Gesamtschaden, mathematisch modelliert durch eine Zufallssumme S, bei der die Schadensanzahl binomialverteilt mit Parameter n und p ist und die Schäden eine diskrete Gleichverteilung[1] auf $\{a+1,\ldots,b\}$ haben, wobei $0 \leq a < b$ ganze Zahlen sind.

   (a) Berechnen Sie die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion eines (einzelnen) Schadens.

   (b) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz des Gesamtschadens, wenn $n = 4$, $p = 1/2$, $a = 0$, $b = 3$.

   (c) Berechnen Sie $P[S = k]$ für $k = 0,\ldots,3$ wenn $n = 4$, $p = 1/2$, $a = 0$, $b = 3$.

.

[1] Zur Erinnerung: Eine Zufallsvariable X hat diskrete Gleichverteilung auf $\{a+1,\ldots,b\}$, wenn

$$P[X = a+1] = \ldots = P[X = b] = \frac{1}{b-a}$$

gilt. Die diskrete Gleichverteilung ist nicht mit der stetigen Gleichverteilung auf dem Intervall $[a,b]$ zu verwechseln!