31. Jänner 2008
Risiko- und Ruintheorie, F. Hubalek (WS 2007/08)

Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt, bitte alle Zwischenschritte angeben

---

Hinweis: Beachten Sie bei allen Beispielen den Definitionsbereich der vorkommenden Funktionen (z.B. der momentenerzeugenden Funktion)!

1. Ein Gesamtschaden kann als Zufallssumme dargestellt werden, wobei die Zahl der Summanden Poissonverteilt mit Parameter 1 ist und die Einzelschäden ebenfalls Poissonverteilt sind mit Parameter $\frac{1}{2}$. (6 Pkt.)

   (a) Bestimmen Sie die Prämie für den Gesamtschaden nach dem Erwartungswertprinzip sowie dem Standardabweichugsprinzip jeweils mit 5% Sicherheitszuschlag. (2)

   (b) Bestimmen Sie die Momentenerzeugende Funktion des Gesamtschadens, sowie die Prämie für den Gesamtschaden nach dem Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparameter 2. (2)

   (c) Angenommen, zwei Versicherungen benutzen das Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparameter $a_1 = 1$ und $a_2 = 2$ und teilen sich den Gesamtschaden. Wie sieht die optimale Aufteilung aus und wie groß sind die entsprechenden Prämien, wenn die Summe der beiden Prämien minimiert werden soll? (2)

2. Betrachten Sie einen Cramer-Lundberg Prozess mit Anfangskapital x, Prämienrate c, Schadensintensität λ und Schäden X, die iid. $\Gamma(\mu, \alpha)$ verteilt sind (mit $\mu, \alpha > 0$). (6 Pkt.)

   (a) Bestimmen Sie den relativen Sicherheitszuschlag! Wenn die Parameter λ, μ und α gegeben sind, wie groß müssen die Prämien gewählt werden, um einen positiven Sicherheitszuschlag zu erhalten? (1)

   Sei nun $\lambda = \frac{1}{4}$, $c = \frac{1}{2}$, sowie $\mu = \frac{15}{8}$ und $\alpha = 2$.

   (b) Wie groß ist der Sicherheitszuschlag? (1)

   (c) Bestimmen Sie den Cramer-Lundberg-Koeffizienten für den Prozess mit obigen Parametern! (2)

   (d) Finden Sie eine (nicht unbeding optimale) Schranke $\tilde{x}$ für das Anfangskapital, sodass die Ruinwahrscheinlichkeit für alle $x > \tilde{x}$ höchstens 1% beträgt! (2)

3. Gegeben sei ein Risiko $X = K - Y$, wobei $Y \sim \mathcal{E}(\lambda)$ exponentialverteilt ist und K eine Konstante darstellt. Unter Vernachlässigung von Zinseffekten (d.h. $r = 1$) beantworten Sie: (6 Pkt.)

   (a) Bestimmen Sie $VaR_\alpha(X)$ und $ES_\alpha(X)$, sowie $ES_\alpha(-X)$! (3)

   (b) Sei $K = 5$ und $\lambda = \frac{1}{2}$. Berechnen Sie $ES_{0.1}(X)$ und $ES_{0.1}(-X)$. (1)

   (c) Seien X_1 und X_2 zwei unabhängige Zufallsvariablen der obigen Form $(K - Y_i)$. Ist $Z = X_1 - X_2 - 1$ ein akzeptables Risiko, wenn die Akzeptanzmenge durch den Expected Shortfall zum Niveau $\alpha = 0.1$ bestimmt wird? (2)