Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Risiko- und Ruintheorie
(Vorlesungsprüfung)
19. November 2009
F. Hubalek (WS 2008/09)

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Mündlichen Prüfung nach persönlicher Vereinbarung

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\sum$	15	

1. (a) Betrachten Sie die Zufallssumme mit

$$X = \sum_{k=1}^{N} U_k,$$

wobei

$$P[N = n] = \frac{2}{3^{n+1}}, \quad n \geq 0$$

und $P[U = 1] = 3/4$, $P[U = 2] = 1/4$. Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X.

(b) Geben Sie die momentenerzeugende Funktion von X an.

(c) Berechnen Sie $P[X = 4]$ nach einer Methode Ihrer Wahl.

(d) Angenommen X modelliert ein Schadensportfolio. Berechnen Sie die Prämie nach dem Exponentialprinzip mit Risikoaversionsparameter 0.5.

(e) Für welche Risikoaversionsparameter $a > 0$ is X nach dem Exponentialprinzip versicherbar?

2. Gegeben sei ein klassischer Cramer-Lundberg-Ruinprozess mit Prämienrate 3, Schadensintensität 1, und mit Schäden, welche die Werte 1 oder 4 jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/2 annehmen.

(a) Berechnen Sie (exakt) die Wahrscheinlichkeit, dass Ruin *nicht* beim ersten Schaden eintritt, wenn das Anfangskapital 2 ist.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nie Ruin eintritt, wenn das Anfangskapital 0 ist.

(c) In der Vorlesung bzw. im Buch von Gerber finden Sie zwei Ungleichungen für den Cramer-Lundberg-Koeffizienten. Welche Schranken für den Koeffizienten erhalten Sie damit in der gegenwärtigen Situation?

(d) Geben Sie ein möglichst kleines Anfangskapital an, für das die Ruinwahrscheinlichkeit unter 1/1000 liegt.

3. Gegeben sei ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ mit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F} = \mathfrak{P}(\Omega)$ die Potenzmenge, und P erfüllt $P[\{\omega_1\}] = 1/100$, $P[\{\omega_2\}] = 39/100$, $P[\{\omega_3\}] = 3/5$. Weiters sei $\mathcal{G}$ die Menge aller Risiken auf Ω, d.h. die Menge aller Funktion $X : \Omega \to \mathbb{R}^3$.

Wir können also, wie in der Vorlesung, $\mathcal{G}$ mit $\mathbb{R}^3$ identifizieren, indem wir ein Risiko X mit $X(\omega_1) = x_1$, $X(\omega_2) = x_2$, $X(\omega_3) = x_3$ als Punkt $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ auffassen. In den folgenden Aufgaben wollen wir das Risiko $X = (-10, -1, 7)$ betrachten.

(a) Berechnen Sie $\mathrm{VaR}_\alpha(X)$ für $\alpha = 0.05$.

(b) Berechnen Sie $\mathrm{ES}_\alpha(X)$ für $\alpha = 0.05$.

(c) Das Risikomaß die *tail conditional expectation* $\mathrm{TCE}_\alpha(X)$ ist durch

$$\mathrm{TCE}_\alpha(X) = -E[X | X \leq -\mathrm{VaR}_\alpha(X)]$$

definiert, wobei $E[X|A] = E[XI_A]/P[A]$. Berechnen Sie $\mathrm{TCE}_\alpha(X)$ für $\alpha = 0.05$.