Name:

Mat.Nr.:

Studienkennz.: ☐ Exchange student (Erasmus, . . .)

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Risiko- und Ruintheorie
(Vorlesungsprüfung)
16. Mai 2011
F. Hubalek (WS 2010/11)

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung:
Friedrich Hubalek, Tel. 01 / 58801 - 10513,
e-mail: fhubalek@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	5	
2	5	
3	5	
$\sum$	15	

1. Betrachten Sie einen Cramer-Lundberg Prozess mit Anfangskapital x, Prämienrate c, Schadensintensität λ und Schäden X, die iid. Gamma-verteilt sind mit Erwartungswert $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{2}$ und Varianz $\mathbb{V}[X] = \frac{1}{8}$.

   (a) Sei $c = \frac{1}{2}$. Für welche Werte von λ ist der relative Sicherheitszuschlag positiv?

   (b) Sei nun $\lambda = \frac{1}{3}$. Wie groß ist die Überlebenswahrscheinlichkeit für $x = 0$?

   (c) Bestimmen Sie den Cramer-Lundberg-Koeffizienten für den Prozess mit obigen Parametern!

   (d) Finden Sie eine (nicht unbedingt optimale) Schranke $\tilde{x}$ für das Anfangskapital, sodass die Ruinwahrscheinlichkeit für alle $x > \tilde{x}$ höchstens 1% beträgt!

   (e) Angenommen $c = 1$ und $\lambda = 3$, wie hoch ist der relative Sicherheitszuschlag und was bedeutet dies für die Versicherung? Wie hoch ist die Ruinwahrscheinlichkeit dann?

2. (a) Ein Schaden ist exponentialverteilt mit Parameter $\alpha > 0$. Berechnen Sie die Prämie nach dem Prinzip der erwarteten absoluten Abweichung mit Parameter $a > 0$.

   (b) Nun zu etwas anderem: Ein Schaden S ist stetig gleichverteilt auf $[0, 1]$. Berechnen Sie die Prämie nach dem Varianzprinzip mit Parameter 0.7.

   (c) Zwei anderere Schäden V und W sind wie folgt definiert:

$$V = \begin{cases} 1 & \text{wenn } S \leq 0.7 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \qquad W = \begin{cases} S & \text{wenn } S > 0.7 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

   Berechnen Sie die Prämien von V und W nach dem Exponentialprinzip mit Parameter 1.5.

   (d) Angenommen zwei befreudete Versicherungen versichern gemeinsam den Schaden S, wobei das erste Unternehmen das Exponentialprinzip mit Parameter $a_1 = 3$, das zweite den Parameter $a_2 = 1$ verwendet. Wir suchen eine optimale Zerlegung der Form $S = S_1 + S_2$, sodass die Gesamtprämie minimal wird. Wie sieht diese Zerlegung aus und wie hoch ist die Gesamtprämie?

3. Gegeben sind zwei gemeinsam normalverteilte Risiken X_1 und X_2 mit Erwartungswerten $\mu_1 = 0.5$ und $\mu_2 = 0.75$ und Varianzen $\sigma_1^2 = 0.5$ und $\sigma_2^2 = 1$. Bestimmen Sie, unter Vernachlässigung von Verzinsung, die folgenden Risikomaße zum Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0.95$:

   (a) $VaR(X_1)$ und $VaR(X_2)$,

   (b) $ES(X_1)$,

   (c) $VaR(X_1 - X_2)$ wenn X_1 und X_2 unabhängig sind,

   (d) $VaR(X_1 - X_2)$ wenn X_1 und X_2 eine Korrelation von 60% aufweisen.

   Eine Tabelle der Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung liegt der Angabe bei.