

Übungsbeispiele Risiko- und Ruintheorie

Friedrich Hubalek Piet Porkert

11. Dezember 2013

10. Übung

1. Seien X und Y Zufallsvariable auf dem W-Raum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, und X' und Y' Zufallsvariable auf dem W-Raum $(\Omega', \mathcal{F}', \mathbb{P}')$ mit $X' \leq \mathbb{E}[Y'|X']$ und $X \stackrel{d}{=} X'$, $Y \stackrel{d}{=} Y'$. Zeigen Sie $X \leq_{sl} Y$.
2. Sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F and Erwartungswert μ . Zeigen Sie $\delta_\mu \leq_{sl} F$
Hint: Verwenden Sie folgende Tatsache: Angenommen $\mathbb{E}[X_+] < \infty$, $\mathbb{E}[Y_+] < \infty$, $\mathbb{E}[X] \leq \mathbb{E}[Y]$. Existiert ein $t_0 \in \mathbb{R}$, sodass $F_X(t) \leq F_Y(t)$ für $t < t_0$ und $F_X(t) \geq F_Y(t)$ für $t > t_0$, dann $X \leq_{sl} Y$.
3. Seien X, X', Y, Y' u.a., $X \leq_{st} X'$ und $Y \leq_{st} Y'$. Zeigen Sie $X + Y \leq_{st} X' + Y'$.
4. Zeigen Sie \leq_{st} und \leq_{sl} sind Halbordnungen.
5. Seien F, G, F', G' Verteilungsfunktionen und $F \geq F', G \leq G'$. Zeigen Sie

$$\int_{\mathbb{R}} F'(x) dG'(x) \leq \int_{\mathbb{R}} F'(x) dG(x) \leq \int_{\mathbb{R}} F(x) dG(x).$$

6. Seien G, G' Verteilungsfunktionen mit $G \leq G'$ (wie oben) und $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derart, dass $\int_{\mathbb{R}} h(x) dG(x)$ und $\int_{\mathbb{R}} h(x) dG'(x)$ wohldefiniert sind. Zeigen Sie, i.A. gilt weder $\int_{\mathbb{R}} h(x) dG(x) \leq \int_{\mathbb{R}} h(x) dG'(x)$ noch $\int_{\mathbb{R}} h(x) dG(x) \geq \int_{\mathbb{R}} h(x) dG'(x)$.