Übungsbeispiele Risiko- und Ruintheorie

Friedrich Hubalek Piet Porkert

15. Januar 2014

12. Übung

1. Lösen Sie unter der Annahme die einzelnen Schäden seien $\mathrm{Exp}(\alpha)$ die CL-Gleichung.

2. Betrachten Sie das klassische Risikomodell mit $c = 0.75$, $\lambda = 1$ und Schäden die auf $[0, 1]$ stetig gleichverteilt sind. Zeigen Sie $\Lambda > 0$. Begründen Sie, dass $R > 0$ existiert und finden sie eine obere und eine untere Schranke. Schätzen Sie damit $\psi(5)$ ab.

3. *Fortsetzung Aufgabe 2.* Führen Sie drei Schritte der Newton-Iteration zur Bestimmung von R durch. Wie würden Sie $\psi(5)$ abschätzen?

4. Finden Sie hinreichende Bedingungen für die Konvergenz des Newton-Verfahrens. Lassen sich diese Resultate auf die Situation von Aufgabe 2 anwenden?

5. Gegeben sei ein klassischer Cramér-Lundberg-Ruinprozess mit geometrisch verteilten Schäden. Berechnen Sie $P(T = T_1)$ (Wahrscheinlichkeit, dass der Ruin bereits beim ersten Schaden eintritt.) für $x \in \mathbb{R}$. Vereinfachen Sie den Ausdruck bis keine Summenzeichen mehr vorkommen.

6. *Fortsetzung Aufgabe 5.* Angenommen die Schadensintensität sei 1, der Erwartungswert eines Einzelschadens 1, die Prämienrate 2. Berechnen Sie den relativen Sicherheitszuschlag. Geben Sie eine (nichttriviale!) obere und eine (nichttriviale!) untere Schranke für den Lundberg-Koeffizienten an. Finden Sie ein möglichst kleines Anfangskapital, sodass die Ruinwahrscheinlichkeit unter 0.01 liegt.

7. Sei $\theta \in \mathbb{R}$ und $(X_t)_{t\geq 0}$ ein Prozess mit unabhängigen und stationären Inkrementen, der $E[e^{\theta X_t}] < \infty$ für alle $t \geq 0$ erfüllt gilt. Zeigen Sie $(e^{\theta X_t})_{t\geq 0}$ ist genau dann ein Martingal, wenn $t \in \mathbb{R}_+ \mapsto E[e^{\theta X_t}]$ konstant ist.