

Übungsbeispiele Risiko- und Ruintheorie

Friedrich Hubalek Piet Porkert

26. November 2013

8. Übung

1. Zeigen Sie, i.A. hängt die Nullnutzenprämie vom Anfangskapital ab.
2. Sei $H(a) = \frac{1}{a} \ln \mathbb{E}[\exp(aS)]$, $S \geq 0$. Zeigen Sie: Gibt es ein $a_0 > 0$ mit $\mathbb{E}[\exp(a_0S)] < \infty$, dann gilt $\lim_{a \rightarrow 0} H(a) = \mathbb{E}[S]$.
3. Existiert $\mathbb{E}[\exp(aS)]$ für alle $a > 0$, dann gilt $\lim_{a \rightarrow \infty} H(a) = \text{ess sup } S$.
4. Fortsetzung von Beispiel 2. Zeigen Sie: Existiert $\mathbb{E}[\exp(a_0S)] < \infty$ für ein $a_0 > 0$, dann ist $\mathbb{E}[\exp(aS)] < \infty$ für alle $a \in [0, a_0]$. Zeigen Sie mittels Differentialrechnung $H(a)$ ist wachsend $[0, a_0]$.
5. Sei X eine auf $(0, 10)$ gleichverteilte Zufallsvariable die ein Risiko modelliert. Berechnen Sie die entsprechende Prämie
 - a) nach dem Standardabweichungsprinzip mit Parameter $\beta = 0.7$,
 - b) nach dem Perzentilprinzip mit Parameter $\varepsilon = 0.05$, dh die Wahrscheinlichkeit für einen Verlust soll für den Versicherer höchstens 5% betragen,
 - c) sowie nach dem Nullnutzenprämie für die Nutzenfunktion $N_a(x) = (1 - e^{-ax})/a$ mit unbestimmten a . Was ist der Limes für $a \rightarrow \infty$.
6. Sei X eine auf exponentialverteilte Zufallsvariable mit Parameter $\lambda > 0$ die eine Risiko modelliert. Berechnen Sie die entsprechende Prämie
 - a) nach dem Standardabweichungsprinzip mit Parameter β ,
 - b) nach dem Nullnutzenprämie für die Nutzenfunktion $N_a(x) = (1 - e^{-ax})/a$, wobei Sie $0 < a < \lambda$ voraussetzen sollen.
 - c) sowie nach dem Perzentilprinzip mit Parameter $\varepsilon \in (0, 1)$, dh die Wahrscheinlichkeit für einen Verlust soll für den Versicherer höchstens ε betragen.
7. Zeigen Sie durch einen Beweis bzw. ein Gegenbeispiel: Das Varianzprinzip ist im Allgemeinen (i) erwartungsübersteigend, (ii) nicht maximalschadenbegrenzt, (iii) konsistent, (iv) additiv für unabhängige Schäden.

8. Zeigen Sie durch einen Beweis bzw. ein Gegenbeispiel: Das Standardabweichungsprinzip ist im Allgemeinen (i) erwartungsübersteigend, (ii) nicht maximalschadenbegrenzt, (iii) konsistent, (iv) nicht additiv für unabhängige Schäden.