

Übungsbeispiele Risiko- und Ruintheorie

Friedrich Hubalek Piet Porkert

4. Dezember 2013

9. Übung

1. Zeigen Sie: Gilt für zwei Zufallsvariable X und Y auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $X \leq Y$ fast sicher, dann folgt $X \leq_{st} Y$.
2. Zeigen Sie, die Umkehrung gilt nicht, d.h. finden Sie zwei Zufallsvariable X und Y auf einem Wahrscheinlichkeitsraum, sodass $X \leq_{st} Y$, aber nicht $X \leq Y$ fast sicher gilt.
3. Betrachten Sie zwei Exponentialverteilungen mit Parametern $\lambda_1 > 0$ und $\lambda_2 > 0$. Versuchen Sie, die beiden bezüglich der stochastischen Ordnung zu vergleichen.
4. Gegeben seien zwei Zufallsvariablen X und Y mit Verteilungsfunktionen F und G und Dichten f und g . Zeigen Sie: $X \leq_{st} Y$ impliziert im Allgemeinen weder $f \geq g$ noch $f \leq g$.
5. Sei X eine Zufallsvariable.
 - a) Betrachten Sie die bedingten Verteilungen $F_{X|X \leq \theta}$ für $\theta \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie dass diese Familie wachsend bezüglich der stochastischen Ordnung ist.
 - b) Zeigen Sie: Auch $F_{X|X > \theta}$ ist wachsend bezüglich der stochastischen Ordnung.
6. Ein Schaden ist exponentialverteilt mit Parameter $\alpha > 0$. Berechnen Sie die Prämie nach dem risikoadjustierten Prämienkalkulationsprinzip mit Parameter $p \geq 1$.
7. Ein Schaden ist exponentialverteilt mit Parameter $\alpha > 0$. Berechnen Sie die Prämie nach dem Prinzip der erwarteten absoluten Abweichung.
8. Zeigen Sie:
 - a) Das Varianzprinzip ist nicht monoton bezüglich der stochastischen Ordnung.
 - b) Das Standardabweichungsprinzip ist nicht monoton bezüglich der stochastischen Ordnung.
9. Ein Schaden ist Poissonverteilt mit Parameter $\lambda = 1.5$.

- a) Berechnen Sie die Prämie nach dem Quantilprinzip mit Parameter $\epsilon = 0.1$.
 - b) Berechnen Sie die Prämie nach dem Prinzip der erwarteten absoluten Abweichung mit Parameter $a = 0.5$.
10. Zeigen Sie: Das risikoadjustierte Prämienkalkulationsprinzip ist erwartungsübersteigend, ist proportional, konsistent, und monoton bezüglich der stochastischen Ordnung.