(4.1) Ist die Folge ($\gamma_0 = 1, \gamma_1 = \gamma_{-1} = 0.75, \gamma_k = 0$ sonst), positiv semidefinit?

(4.2) Berechnen und plotten Sie (in R oder MATLAB) die Transferfunktion des Filters $B(L) = -\frac{3}{35}L^{-2} + \frac{12}{35}L^{-1} + \frac{17}{35} + \frac{12}{35}L^{1} - \frac{3}{35}L^{2}$.

Zeigen Sie, dass dieser Filter quadratische Trends nicht ändert, d.h. $B(L)(m_t|t \in \mathbb{Z}) = (m_t|t \in \mathbb{Z})$ für $m_t = c_0 + c_1 t + c_2 t^2$, $c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

(4.3) Zeigen Sie, dass die "Serienschaltung" von zwei Filtern:

$$(x_t) \mapsto (y_t = \sum_j a_j x_{t-j}) \mapsto (z_t = \sum_j b_j y_{t-j})$$

dem Produkt der entsprechenden Potenzreihen im Lag Operator L entspricht. Das heißt, $z_t = \sum_j c_j x_{t-j}$, wobei der Filter (c_j) definiert ist durch:

$$c(L) = \sum_j c_j L^j = b(L)a(L) = (\sum_j b_j L^j)(\sum_j a_j L^j)$$

(4.4) Seien $a(L) = \sum_j a_j L^j$ und $b(L) = \sum_j b_j L^j$ zwei l_1 Filter. Beweisen Sie, daß die Parallelschaltung $(a(L) + b(L))$ und die Serienschaltung $(b(L)a(L))$ dieser Filter wieder l_1 Filter ergibt.