Name:

Mat.Nr.:

Kennz.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Finanzmathematik II: zeitstetige Modelle
(Vorlesungsprüfung)
30. Januar 2012
U. Schmock

(Dauer 90 Minuten, alle Unterlagen sind erlaubt)

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im Sekretariat,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-105 51,
e-mail: sandra.trenovatz@tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	12	
2	12	
3	12	
$\sum$	36	

Schriftlich:

Assistentin: J. Eisenberg

Mündlich:

Gesamtnote:

1. Sei W eine standard Brownsche Bewegung. Löse die folgende stochastische Differentialgleichung:

$$\mathrm{d}X_t = \left(\sqrt{1+X_t^2} + \frac{1}{2}X_t\right)\mathrm{d}t + \left(\sqrt{1+X_t^2}\right)\mathrm{d}W_t \;.$$

   Hinweis: $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

2.
   - Betrachte eine europäische Put-on-Call Option mit dem ersten Ausübungszeitpunkt T_1 und dem zweiten Ausübungszeitpunkt T_2, dem ersten Ausübungspreis K_1 und dem zweiten Ausübungspreis K_2.
     Bestimme den Wert der Option im Zeitpunkt T_1.
   - Betrachte eine Option mit Auszahlung

$$S_T \cdot I_{\{S_T \geq K\}}.$$

     (a) Zerlege die Option in eine Call- und eine Binär(=Digital)-Option.
     (b) Bewerte die Option im Black-Scholes-Modell, und bestimme ein replizierendes Portfolio.
     (c) Bestimme die Grenzwerte des Optionspreises für $\sigma \to 0$ und $\sigma \to \infty$.

3. Betrachte ein Black-Scholes-Modell. Ein Portfolio sei gebildet aus einer Long-Position in einem Call mit Fälligkeitszeitpunkt T und Ausübungspreis K und einer Short-Position von $\Phi(d_1(S_t, T-t, K))$ Aktien zu jedem Zeitpunkt t.
   Zeige **durch direktes Nachrechnen**, dass der diskontierte Portfoliowert ein Martingal bzgl. des äquivalenten Martingalmaßes bildet.
   Hinweis: Φ bezeichnet die Verteilungsfunktion der standard Normalverteilung und d_1 ist wie in der Vorlesung definiert.
   Alle Rechenschritte sollen ausgeführt werden!

Viel Erfolg!