

## Leibrenten und Prämienkalkulation

1. Erläutere bzw. wiederhole die Symbole  $\ddot{a}_x$ ,  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ ,  $a_x$ ,  $a_{x:\overline{n}|}$  und berechne ihre Werte mit Hilfe der Sterbetafel für Hunde aus der letzten Übung für  $v = 0.96$ , sowie
  - (a)  $x = 2$ ,  $n = 3$ ,
  - (b)  $x = 4$ ,  $n = 3$ .
2. Betrachte eine Leibrente, die für einen 4-jährigen Hund abgeschlossen werden soll. Dabei soll  $i = 0$  sein.

- (a) Berechne die NEP  $\ddot{a}_4$  aus der Sterbetafel für Hunde.
- (b) Wieviel müsste die Versicherung vom Hundehalter anstatt der in (a) berechneten Prämie mindestens verlangen, damit die Leibrente mit mindestens 75-prozentiger Wahrscheinlichkeit kein Verlustgeschäft wird? Mit anderen Worten, berechne

$$\inf(x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}(Z > x) \leq 0.25),$$

wobei  $Z$  die insgesamt an den Hundehalter ausgeschüttete Leibrente ist.

- (c) Angenommen, die Versicherung zahlt Leibrenten an zwei 4-jährige Hunde, die unabhängig voneinander leben. Wie viel muss die Versicherung pro Hund verlangen, damit die gesamte Prämie mit 75-prozentiger Wahrscheinlichkeit nicht geringer als die gesamt ausgezahlte Leibrente ist? Wie verhält sich dieser Betrag, wenn die Anzahl der Hunde gegen unendlich geht?
3. Bei einer *geometrisch wachsenden Leibrente* steigt der jährlich ausgezahlte Betrag jedes Jahr um einen konstanten Faktor  $c > 1$  an. Zeige dazu Folgendes:
  - (a) Die NEP dieser Leibrente entspricht immer der NEP  $\ddot{a}_x(\tilde{i})$  einer gewöhnlichen Leibrente, allerdings mit einem vom ursprünglichen Zinssatz  $i$  verschiedenen Zinssatz  $\tilde{i}$ .
  - (b) Berechne  $\tilde{i}$  in Abhängigkeit von  $i$  und  $c$ .
  - (c) Für welches  $c$  entspricht die NEP genau  $\mathbb{E}[K_x] + 1$ ?
4. Betrachte eine Ablebensversicherung an eine  $x$ -jährige Person über einen Betrag von 100000. Prämien werden über 20 Jahre zu Jahresbeginn gezahlt, die Versicherungssumme am Ende des Todesjahres. Zusätzlich besteht eine Prämienrückgewähr, welche die Hälfte der letzten Prämienzahlung als zusätzliche Zahlung im Todesfall während der Prämienlaufzeit auszahlt. Zeige, dass die jährliche Nettoprämie folgendermaßen aussieht:

$$\frac{100000 A_x}{\left(1 + \frac{d}{2}\right) \ddot{a}_{x:\overline{20}|} - \frac{1-v^{20}}{2} {}_{20}p_x}.$$

5. Ein Kredit über vier Jahre, ausgestellt an eine 25-jährige Person, soll durch gleichbleibende Zahlungen am Jahresende zurückbezahlt werden. Gleichzeitig wird eine temporäre Ablebensversicherung auf vier Jahre abgeschlossen, welche als Auszahlung sowohl die Prämie des Todesjahres des Kredits als auch den noch verbleibenden Barwert des Kredits auf einmal zurückzahlt. Die Zinsrate sei  $i = 0.06$  sowohl für den Kredit als auch für die Verzinsung. Weiters soll die Sterbetafel für Männer oder Frauen vom letzten Mal verwendet werden.
  - (a) Für einen Kredit von 1000 Euro, drücke den Verlust des Versicherers  $L$  durch die gestutzte zukünftige Lebensdauer  $K_{25}$  der 25-jährigen Person aus. Nimm dabei an, dass die Versicherung durch eine Einmalprämie der Höhe  $G$  bezahlt wird.

- (b) Bestimme die Nettoeinmalprämie  $G$  der Ablebensversicherung für einen Kredit über 1000 Euro bzw. für einen Kredit über 2000 Euro.
- (c) Der Kredit beträgt 10000 Euro. Um die Ablebensversicherung auch bezahlen zu können wird statt diesen 10000 Euro ein dementsprechend höherer Betrag als Kredit aufgenommen. Bestimme die jährliche Ratenzahlung für diesen Kredit.