

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

Lebensversicherungsmathematik
(Vorlesungsprüfung)
2. März 2015
Univ.Prof. Dipl.-Math. Dr.rer.nat Rheinländer

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein doppelseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner sind erlaubt.

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-Office,
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,
e-mail: fam@fam.tuwien.ac.at

Bsp.	Max.	Punkte
1	4	
2	4	
3	4	
4	4	
Σ	16	

Schriftlich:

AssistentIn: Piet Porkert

Mündlich:

Gesamtnote:

1. (a) Berechnen Sie unter der Annahme $i = 0,05$ den Barwert folgender Zahlungen: 11.576,25 € zum Zeitpunkt $t = 3$, 1.140,23 € zum Zeitpunkt $t = 10$, sowie 61.208,86 € zum Zeitpunkt $t = 7$. (1 Punkt)
 - (b) Sie wollen Ihrem Sohn in 13 Jahren ein Sparbuch mit 15.000 € schenken. Wieviel müssen Sie bei einer jährlichen Rendite von 1% jedes Jahr zur Seite legen, wenn Sie in einem Jahr damit beginnen und jedes Jahr dieselbe Summe sparen? (1 Punkt)
 - (c) Eine Schuld von 700.000 € wird bei einem Zinssatz von 3% durch 25 konstante Zahlungen am Jahresende getilgt. Wie hoch ist die Restschuld nach 10 Jahren? (1 Punkt)
 - (d) Sie nehmen einen Kredit von 400.000 € auf um eine Wohnung zu kaufen und zahlen 19 Jahre lang am Jahresende die Zinsen von 4%. Um am Ende des zwanzigsten Jahres den Kredit zu tilgen, sparen Sie pro Jahr eine Summe von x €, die Sie mit einer Rendite von 7% anlegen können. Berechnen Sie x . (1 Punkt)
2. (a) Ein 45-jähriges selektiertes Leben schließt eine gemischte Versicherung mit einer Laufzeit von 20 Jahren ab. Die Summe von 100.000 € wird am Ende des Todesjahres ausbezahlt. Berechnen Sie mithilfe der beigefügten Tabellen auf Seite 4, und der Annahme $i = 0,05$ die Nettoprämie, falls diese jährlich zu Jahresbeginn fällig ist. (3 Punkte)
 - (b) Eine 40-jährige Person schließt eine temporäre Todesfallversicherung über 15 Jahre und eine Versicherungssumme von 200.000 € ab. Die konstante Prämie wird jährlich vorschüssig bezahlt. Die Kosten betragen einmalig 100 €, 15% der Prämie im ersten Jahr und 5% der Prämie ab dem 1. Jahr. Die Versicherungssumme wird im Todesfall am Jahresende ausbezahlt. Stellen Sie mithilfe aktuarieller Notation eine Gleichung für die Prämie auf. (1 Punkt)
3. Ein selektiertes 41-jähriges Leben erwirbt eine temporäre Todesfallversicherung mit einer Laufzeit von 3 Jahren, wobei die Versicherungssumme 200.000 € beträgt. Die Prämie wird jährlich im Voraus bezahlt, $i = 0,06$, es fallen keine Kosten an.

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x+1]}$	$l_{[x]+2}$	$l_{[x]+3}$	l_{x+4}
[40]	100.000	99.899	99.724	99.520	99.288
[41]	99.802	99.689	99.502	99.283	99.033
[42]	99.597	99.471	99.628	99.030	98.752

- (a) Berechnen Sie die Prämie mithilfe der Sterbetafel. (1 Punkt)
- (b) Welche Werte kann die Zufallsvariable L_1 , die den Verlust des Versicherers zum Zeitpunkt 1 beschreibt, annehmen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden diese Werte angenommen? (1 Punkt)
- (c) Berechnen Sie den Mittelwert von L_1 . (1 Punkt)
- (d) Berechnen Sie die Standardabweichung von L_1 . (1 Punkt)

4. (a) Gegeben sei $l_x = \sqrt{121 - x}$, $0 \leq x \leq 121$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine 21-jährige Person nach ihrem 40. Geburtstag, aber vor ihrem 57. stirbt. (1 Punkt)
- (b) Zeigen Sie $A_x = \frac{M_x}{D_x}$, wobei es sich bei M_x, D_x um Kommutationszahlen handelt. (1 Punkt)
- (c) Seien x und y zwei Leben, deren zukünftige Lebensdauern unabhängig sind, sowie $\delta = 0,055$, $\mu_{x+t} = 0,045$ und $\mu_{y+t} = 0,035$ für $t \geq 0$, berechnen Sie \overline{A}_{xy}^2 . (1 Punkt)
- (d) Die Sterblichkeitsintensität von Männern sei konstant $\mu = 0,04$, die Sterblichkeitsintensität von Frauen sei $\mu_{x+t} = \frac{1}{100-x-t}$, für $0 < t < 100 - x$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein 50-jähriger Mann vor einer 50-jährigen Frau stirbt.
Hinweis: ${}_t p_x \mu_{x+t} dt = \frac{1}{100-x} dt$, $0 < t < 100 - x$
(1 Punkt)

Notenschlüssel:

- 15 – 16 Punkte sehr gut
 13 – 14 Punkte gut
 11 – 12 Punkte befriedigend
 7 – 10 Punkte genügend