

Name:

Mat.Nr.:

Bitte keinen Rotstift verwenden!

**Lebensversicherungsmathematik**  
**(Vorlesungsprüfung)**  
**29. Jänner 2015**  
**Univ.Prof. Dipl.-Math. Dr.rer.nat Rheinländer**

Dauer: 90 Minuten

Unterlagen: ein doppelseitig handbeschriebener A4-Zettel sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner sind erlaubt.

Anmeldung zur mündlichen Prüfung im FAM-Office,  
Sandra Trenovatz, Tel. 01-58801-10511,  
e-mail: [fam@fam.tuwien.ac.at](mailto:fam@fam.tuwien.ac.at)

---

Bsp.	Max.	Punkte
1	4	
2	4	
3	4	
4	4	
$\Sigma$	16	

Schriftlich:

AssistentIn: Piet Porkert

Mündlich:

**Gesamtnote:**

1. (a) Ihre Tochter wird in drei Jahren mit dem Studium an einer Privatuniversität beginnen. Auf Sie kommen Studiengebühren von 10.000 € pro Jahr zu. Die Studiengebühren sind jeweils am 1. des Jahres fällig, das Studium dauert vier Jahre. Sie erwarten auf Ihre Ersparnisse eine Rendite von 8% jährlich. Wieviel müssen Sie jetzt zu Seite legen, um die Studiengebühren damit finanzieren zu können. (1 Punkt)
- (b) Eine Schuld von 200.000 € wird bei einem Zinssatz von 5% durch 25 Zahlungen am Jahresende getilgt. Die Zahlungen der ersten fünf Jahre betragen  $r_1 = r_2 = \dots = r_5 = 10.000$  €, worauf 20 konstante Zahlungen folgen. Wie hoch sind diese? (1 Punkt)  
Hinweis:  $200.000 \times 0,05 = 10.000$ .
- (c) Im Falle des Todes am 28.1.15 sind folgende Auszahlungsmethoden äquivalent:
- Eine ewige Rente von 120 €, ausbezahlt am Ende des Monats. Die erste Zahlung beginnt im Februar 2015.
  - Eine Zahlung von 365,47 € am Ende des Monats für  $n$  Jahre. Die erste Zahlung beginnt im Februar 2015.
  - Eine Zahlung von 17.866,32 €,  $n$  Jahre nach Eintreten des Todes.
  - Eine Zahlung von  $x$  € am 1. Februar 2015.

Berechnen Sie  $x$ . (2 Punkte)

Hinweis: Verwenden Sie Punkte i. und ii. um  $v^n$  auszudrücken.

2. (a) Ein 45-jähriges selektiertes Leben schließt eine gemischte Versicherung mit einer Laufzeit von 20 Jahren ab. Die Summe von 100.000 € wird am Ende des Todesjahres ausbezahlt. Berechnen Sie mithilfe der beigefügten Tabellen und der Annahme  $i = 0,05$  die Nettoprämie, falls diese jährlich zu Jahresbeginn fällig ist. (2 Punkte)
- (b) Betrachten Sie eine 10-jährige Ablebensversicherung mit der Versicherungssumme von 200.000 € eines 40-jährigen selektierten Lebens. Die Prämie wird bei Überleben 5-mal am Jahresanfang bezahlt. Bei Versicherungsabschluss fallen folgende Kosten an: Steuern (4% der Prämie jährlich), Provision (einmalig 30% der Prämie, sowie einmalig 10 €). Stellen Sie mithilfe aktuarieller Notation eine Gleichung für die jährliche Prämie auf. (2 Punkte)

3. Eine Versicherung auf den Todesfall auf 200.000 € wird von einer 35-jährigen Person abgeschlossen. Die Prämien werden jährlich zu Jahresbeginn bezahlt, im Todesfall wird am Jahresende ausbezahlt. Es fallen folgende Kosten an. Einmalig 30% der Bruttoprämie, plus einmalig 100 €. Ab dem zweiten Jahr: 5% der Bruttoprämie jährlich, sowie 40 € jährlich.
- Geben Sie mittels aktuarieller Notation eine Gleichung für die Nettoprämie  $P^n$  an. (1 Punkt)
  - Geben Sie basierend auf  $P^n$  mittels aktuarieller Notation eine Gleichung für das Nettodeckungskapital zum Zeitpunkt  $t = 2$  an. (1 Punkt)
  - Geben Sie mittels aktuarieller Notation eine Gleichung für die Bruttoprämie  $P^b$  an. (1 Punkt)
  - Geben Sie basierend auf  $P^b$  mittels aktuarieller Notation eine Gleichung für das Bruttodeckungskapital zum Zeitpunkt  $t = 1$  an. (1 Punkt)
4. (a) Unter der Annahme der Sterbeintensität  $\mu_{x+t}$ ,  $0 < t < 1$ , sei  $q_x = 0,05$ . Unter der Annahme der Sterbeintensität  $\mu_{x+t} - c$ ,  $0 < t < 1$ , sei  $q_x = 0,07$ . Berechnen Sie  $c$ . (1 Punkt)
- (b) Gegeben sei

$${}_t p_x = \frac{100 - x - t}{100 - x}, \quad 0 \leq x < 100, \quad 0 \leq t \leq 100 - x.$$

Berechnen Sie  $\mu_{45}$ . (1 Punkt)

- (c) Gegeben seien  $i = 10\%$ ,  $a_{30:\overline{9}|} = 5,6$  und  $v^{10} {}_{10} p_{30} = 0,35$ . Berechnen Sie  $1.000 P_{30:\overline{10}|}^1$ . (1 Punkt)
- (d) Zeigen Sie

$$1 - \frac{P_{30:\overline{15}|} \ddot{a}_{30:\overline{15}|} - A_{30}}{v^{15} {}_{15} p_{30}} = A_{45}.$$

(1 Punkt)

#### Notenschlüssel:

15 – 16 Punkte	sehr gut
13 – 14 Punkte	gut
11 – 12 Punkte	befriedigend
7 – 10 Punkte	genügend