

1. (a) Betrachten Sie die lebenslängliche Leibrente $\sum_{k=0}^{\infty} v^k \mathbf{1}_{(k,\infty)}(t)$ und drücken Sie ihren Barwert $\sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x$ mit Hilfe der Kommutationszahlen C_x , D_x , M_x und N_x aus.
- (b) Betrachten Sie die n -jährige Leibrente $\sum_{k=0}^{n-1} v^k \mathbf{1}_{(k,\infty)}(t)$ und drücken Sie ihren Barwert $\sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x$ mit Hilfe der Kommutationszahlen C_x , D_x , M_x und N_x aus.
2. (a) Betrachten Sie die um m Jahre aufgeschobene lebenslängliche Leibrente

$$\sum_{k=m}^{\infty} v^k \mathbf{1}_{(k,\infty)}(t)$$

und drücken Sie ihren Barwert $\sum_{k=m}^{\infty} v^k {}_k p_x$ mit Hilfe der Kommutationszahlen C_x , D_x , M_x und N_x aus.

- (b) Betrachten Sie die um m Jahre aufgeschobene n -jährige Leibrente

$$\sum_{k=m}^{m+n-1} v^k \mathbf{1}_{(k,\infty)}(t)$$

und drücken Sie ihren Barwert $\sum_{k=m}^{m+n-1} v^k {}_k p_x$ mit Hilfe der Kommutationszahlen C_x , D_x , M_x und N_x aus.

3. (a) Zeigen Sie, die Folgen $(C_x)_{x \in \mathbb{N}}$, $(D_x)_{x \in \mathbb{N}}$, $(M_x)_{x \in \mathbb{N}}$, $(N_x)_{x \in \mathbb{N}}$ sind durch die Folge $(q_x)_{x \in \mathbb{N}}$ sowie durch l_0 und v bestimmt.
- (b) Hängen die Größen $\frac{C_{x+k}}{D_x}$, $\frac{D_{x+k}}{D_x}$, $\frac{M_{x+k}}{D_x}$, $\frac{N_{x+k}}{D_x}$ von l_0 ab?

Bemerkung: Die Wahl von l_0 ist willkürlich und bewirkt eine Skalierung der Sterbetafel. In der Vorlesung wurde unter anderem $A_x = \frac{M_x}{D_x}$ gezeigt. Die Tatsache, dass der Quotient $\frac{M_x}{D_x}$ unabhängig von l_0 ist, zeigt, dass die Skalierung in diesem Fall unwesentlich ist.

4. Berechnen Sie mit Hilfe der Sterbetafel für eine Person mit Eintrittsalter 25 für eine Versicherung auf den Erlebensfall mit einer Auszahlung von 200.000 Euro bei Erreichen des Alters 65 die Höhe der jährlichen Prämie, wenn Prämienzahlungen bis zum Alter 64 erfolgen. Berechnen Sie die Höhe der äquivalenten Einmalprämie zu Vertragsbeginn. Vergleichen Sie die Ergebnisse für einen Rechnungszins von 3% bzw. 4%.