Technische Universität Wien
Institut für Wirtschaftsmathematik
Finanz- und Versicherungsmathematik

Übung Personenversicherungsmathematik (WS 2011)
Blatt 2

Angaben zur Rententafel siehe unter
http://reinhold.kainhofer.com/Papers/KainhoferPredotaSchmock_AVOe2005R.pdf,
insbesondere Anhang A. Die entsprechende Rechentafel ist unter
http://www.fam.tuwien.ac.at/lehre/data/AVOe2005R.xls
abrufbar.

1. Eine 41-jährige Frau mit Geburtsjahr 1970 möchte nach 22 Jahren 15 Jahre lang eine vorschüssige jährliche Leibrente in Höhe von 5000€ erhalten. Wie hoch ist die jährliche Nettoprämie?
   Man verwende hierzu die exakte Rechentafel 2005 der AVÖ und einen Rechnungszins von 2%.

2. Ein 49-jähriger Man mit Geburtsjahr 1962 möchte die nächsten 16 Jahre eine Prämie von 500€ jährlich einzahlen und mit dem 65-sten Lebensjahr eine 20-jährige Leibrente erhalten. Wie hoch ist die jährliche Rente?
   Man verwende hierzu die exakte Rechentafel 2005 der AVÖ und einen Rechnungszins von 2%.

3. Betrachten Sie zwei unabhängige Leben im Alter von 80 und 81 Jahren, die beide folgender Sterbetafel folgen:

x	80	81	82
q_x	0.5	0.75	1

   Bestimmen Sie $q_{\overset{1}{80}:81}$, $q_{80:\overset{2}{81}}$, $q_{80:81}$ und $q_{\overline{80:81}}$, wobei die Annahme ${}_uq_x = uq_x$ für $u \in [0,1]$ für die unterjährige Sterbewahrscheinlichkeit zu benutzen ist.

4. Für die Anzahl der Lebenden l_x definieren wir für ein Paar (x,y) $l_{xy} = l_x l_y$. Analog dazu setzen wir für die diskontierte Zahl der Lebenden $D_{xy} = l_{xy} v^{\frac{1}{2}(x+y)}$.
   Betrachten Sie eine 35-jährige Erlebensversicherung eines Personenpaares (x,y) (mit unabhängiger Sterbewahrscheinlichkeit). Stellen Sie die Einmalprämie mit und ohne Kommutationszahlen dar und berechnen Sie sie für einen 30-jährigen Mann und eine 27-jährige Frau mit einem Rechnungszins von 4% unter Verwendung der Österreichischen Sterbetafeln (siehe http://www.fam.tuwien.ac.at/lehre/data/Volkszaehlungen.xls).

5. Sei T die verbliebene Zeit eines x-jährigen, J eine $\{1,2,3\}$-wertige Zufallsvariable, die die Ausscheideursache modelliert. Seien die Ausscheideintensitäten $\mu_{j,x+t} = \frac{j}{150}$ für $j = 1,2,3$ und $t > 0$. Bestimmen Sie $\mathbb{E}[T|J=3]$.

6. Eine lebenslängliche stetige (d.h. zum Todeszeitpunkt fällige) Ablebensversicherung unterscheidet zwischen drei Todesursachen:

(a) Tod durch Tropenkrankheiten: Leistung von 30 000€ im Todeszeitpunkt, $\mu_{1,x+t} = 0.01$ für $t \geq 0$.

(b) Tod durch andere Krankheiten: Leistung von 20 000€ im Todeszeitpunkt, $\mu_{2,x+t} = 0.03$ für $t \geq 0$.

(c) andere Todesursachen: Leistung von 10 000€ im Todeszeitpunkt, $\mu_{3,x+t} = 0.03$ für $t \geq 0$.

Bestimmen Sie die (konstante) Nettoprämie bei Abschluss der Versicherung im Alter x bei stetiger Prämienzahlung und einer Zinsintensität von $\delta = 0.03$.

7. Betrachte eine stetige (zum Todeszeitpunkt fällige) lebenslängliche Ablebensversicherung an eine x-jährige Person, die bei Unfalltod eine Leistung c_1, und bei anderer Todesursache eine Leistung c_2 im Todeszeitpunkt vorsieht. $\mu_{1,x+t}$ sei eine positive Konstante. Zeigen Sie, dass die Nettoprämie dieser Versicherung genau $c_2 \frac{\overline{A}_x}{\overline{a}_x} + (c_1 - c_2)\mu_{1,x+t}$ vorsieht.