Technische Universität Wien
Institut für Wirtschaftsmathematik
Finanz- und Versicherungsmathematik

Übung Personenversicherungsmathematik (WS 2011)
Blatt 5

1. Sei X eine $\mathbb{R}$-wertige Zufallsvariable, sodass $\mathbb{P}\big(X \in [0,\infty)\big) = 1$ gilt. Zeigen Sie, dass dann die momenterzeugende Funktion auf dem Intervall $(-\infty, 0]$ existiert. Welcher Zusammenhang besteht daher zwischen der momenterzeugenden Funktion und der wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktion im Falle einer $\mathbb{N}_0$-wertigen Zufallsvariable?

2. Bestimmen Sie die momenterzeugende Funktion für binomial-, negativbinomial- und Poisson-verteilte Schadenszahlen N.

3. Der Gesamtschaden S sei annähernd normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Zeigen Sie, dass die Nettoprämie $\rho(\beta) = \mathbb{E}[(S-\beta)_+]$ einer Stop-loss-Rückversicherung gegeben ist durch
$$\rho(\beta) = (\mu-\beta)\Phi\Big(\frac{\mu-\beta}{\sigma}\Big) + \sigma\phi\Big(\frac{\mu-\beta}{\sigma}\Big),$$
wobei Φ bzw. ϕ die Verteilung bzw. Dichte der Standardnormalverteilung $\mathrm{N}(0,1)$ bezeichnen.

4. Es sei $\ln S$ normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Bestimmen Sie die Nettoprämie $\rho(\beta) = \mathbb{E}[(S-\beta)_+]$ einer Stop-loss-Rückversicherung für einen Selbstbehalt β.

5. Betrachten Sie eine Stop-loss-Rückversicherung mit Nettoprämie $\rho(\beta) = \mathbb{P}[(S-\beta)_+]$. Drücken Sie die Verteilung von S, $F(x)$, durch $\rho(\beta)$ aus und bestimmen Sie $F(x)$ und die dazugehörige Dichte $f(x)$ für $\rho(\beta) = (2+\beta+\frac{1}{4}\beta^2)e^{-\beta}$, $\beta \geq 0$.

6. Ein Rückversicherer zahlt 70% des Gesamtschadens, der den Selbstbehalt β der Erstversicherers übersteigt, höchstens aber M. Drücken Sie die Nettoprämie für diese Rückversicherung in Nettoprämien einer Stop-loss Rückversicherung aus.