



## Übung Personenversicherungsmathematik (WS 2011)

### Blatt 8

1. In einer klinischen Studie werden 50 Ratten beobachtet, bis die 20. Ratte stirbt. Zu diesem Zeitpunkt hat die Gruppe 27.3 Rattenjahre gelebt. Schätzen Sie die Sterbewahrscheinlichkeit dieser Gruppe von Ratten, wobei angenommen wird, dass das Alter keinen Einfluss auf die Sterblichkeit nimmt. Wie hoch ist die Lebenserwartung?
2. Es existieren 100 Lebensversicherungspolice auf Leben im Alter  $x$ . 60 neue Police werden für ein Alter  $x + \frac{1}{4}$  ausgestellt. Zwischen Alter  $x$  und  $x + 1$  werden 4 Todesfälle beobachtet, wobei angenommen wird, dass diese bei  $x + 0.4$  eintreten. Bestimmen Sie den klassischen Schätzer und den Maximum-Likelihood Schätzer, basierend auf der Annahme einer konstanten Sterbeintensität während eines ganzen Jahres.
3. Die Sterbeintensität sei während  $(x, x + 1]$  konstant. Zehn Leben treten im Alter  $x$  in die Beobachtung ein, zwei Leben im Alter  $x + 0.4$ . Zwei Leben verlassen die Beobachtung im Alter  $x + 0.8$ , eines im Alter  $x + 0.2$  und eines im Alter  $x + 0.5$ . Es wird ein Sterbefall im Alter  $x + 0.6$  registriert. Berechnen Sie den Maximum-Likelihood Schätzer für die Sterbeintensität.
4. Bei einer Sterblichkeitsstudie zu männlichen Leben wird die Österreichische Sterbetafel 2000/02 benutzt. Es werden folgende Werte für die Exposure und die Anzahl der Todesfälle zwischen  $[40, 45)$  beobachtet:

$x$	$E_x$	$D_x$
40	1150	6
41	900	5
42	1200	12
43	1400	9
44	1300	13

Bestimmen Sie daraus den Sterblichkeitsquotienten  $\hat{f}$  und ein 90% Konfidenzintervall für  $f$ . Berechnen Sie die Schätzer  $\hat{q}_{40}, \hat{q}_{41}, \hat{q}_{42}, \hat{q}_{43}, \hat{q}_{44}$  die  $f$  entsprechen.

5. Ein Versicherungsunternehmen hat folgende Veränderungen für die Exposure und die Anzahl der Todesfälle bezüglich seiner Kunden im Bereich der gemischten Versicherungen beobachtet:

$x$	$E_x$	$D_x$	$x$	$E_x$	$D_x$	$x$	$E_x$	$D_x$
35	986	5	39	1007	6	43	1278	9
36	1023	7	40	956	5	44	1355	11
37	1241	13	41	1027	6	45	1382	10
38	1098	9	42	1153	8			

Schätzen Sie die neuen Sterbewahrscheinlichkeiten mit dem klassischen Schätzer und nehmen Sie an, dass die Todesfälle im Durchschnitt in der Mitte des Jahres eintreten. Berechnen Sie die neue konstante Jahresprämie für einen 35-jährigen, der eine 10-jährige gemischte Versicherung über eine Versicherungssumme von 50 000 € abschließt. Verwenden Sie einen Rechnungszins von  $i = 4\%$ .