

# Übungen Personenversicherungsmathematik, WS 2012/13

## Übungsblatt 6

Dipl.-Math. Cordelia Rudolph, FAM, TU Wien

**Beispiel 21)** Zeigen Sie, dass die Verteilung der Zufallssumme  $S = \sum_{j=1}^N X_j$ , wobei  $N$  einer Poissonverteilung und  $X_j$  einer logarithmischen Verteilung folgt, eine negative Binomialverteilung ist (bei geeigneter Parameterwahl).

Hinweise: Eine Zufallsvariable  $X$  mit logarithmischer Verteilung hat die Dichte  $\mathbb{P}[X = k] = \frac{-p^k}{k \ln(1-p)}$  für  $k \in \mathbb{N}$ . Die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion einer diskreten Zufallsvariable  $Y$  ist definiert durch

$$G_Y(z) = \mathbb{E}[z^Y] = \sum_{k \in \Omega} z^k \mathbb{P}[Y = k].$$

Wenn zwei Zufallsvariablen die gleiche wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion haben, haben sie dieselbe Verteilung.

**Beispiel 22)** Nehmen Sie an, dass die unausgeglichenen Kopfschäden identisch mit den ausgeglichenen Kopfschäden sind. Zeigen Sie, dass  $G^\tau = K_{x_0}^\tau$  mit

$$G^\tau = \frac{S^\tau}{\sum_x L_x k_x^\tau}$$

übereinstimmt.

**Beispiel 23)** Ermitteln Sie die Entwicklung der Versichertengesamtheit  $l_x$  mit Hilfe der Sterbewahrscheinlichkeiten der Österreichischen Sterbetafel 2000/02 für eine Frau mit  $20 \leq x \leq 100$  und für die Stornowahrscheinlichkeit  $w_x$  gegeben durch

(a)  $w_x = 0.06$  für  $20 \leq x \leq 100$

(b)  $w_x$  linear fallend von  $w_{20} = 0.1$  auf  $w_{50} = 0.01$ , dann  $w_x = 0.01$  für  $51 \leq x \leq 100$ .

Leiten Sie auch eine allgemeine Formel für die mehrjährige Überlebens-, d.h. Verbleibewahrscheinlichkeit  ${}_k p_x$  her. Geben Sie speziell  $l_{26}$ ,  $l_{43}$  und  $l_{67}$  an.

**Beispiel 24)** Betrachten Sie eine nach Art der Lebensversicherung betriebene Krankenversicherung. Bei dieser Krankenversicherung sei ein Anstieg der Prämien um  $j\%$  jährlich und der Leistungen um  $k\%$  jährlich von vorneherein berücksichtigt. Dabei sollen die variablen und fixen Zuschläge jährlich wie die Prämie steigend einkalkuliert werden. Leiten Sie eine Formel für die Bruttojahresprämie des Neugeschäfts für eine solche dynamische Prämienkalkulation mit Hilfe von Kommutationszahlen her. Hinweis: Verwenden Sie einen modifizierten Diskontierungsfaktor.