

Übungen Personenversicherungsmathematik, WS 2012/13

Übungsblatt 7

Dipl.-Math. Cordelia Rudolph, FAM, TU Wien

Beispiel 25) Betrachten Sie die erweiterte logarithmische Verteilung $E\text{Log}(m, p)$ mit $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 2$, $p \in (0, 1]$: $q_0 = \dots = q_{m-1} = 0$ und

$$q_n = \frac{\binom{n}{m}^{-1} p^n}{\sum_{j=m}^{\infty} \binom{j}{m}^{-1} p^j} \quad \text{für } n \geq m.$$

Zeigen Sie:

(a) $\sum_{j=m}^{\infty} \binom{j}{m}^{-1} < \infty$.

(b) $E\text{Log}(m, p)$ gehört zur Panjer($p, -mp, m$)-Klasse.

Beispiel 26) Sei $S = \sum_{j=1}^N X_j$ eine Zufallssumme, so dass N eine negativ binomialverteilte Zufallsvariable mit $N \sim \text{NegBin}(3, 0.4)$ ist und unabhängig von der Folge von i.i.d. Zufallsvariablen $\{X_j\}_{j \in \mathbb{N}}$ mit $\mathbb{P}[X_j = 0] = 1/6$, $\mathbb{P}[X_j = 1] = 1/3$ und $\mathbb{P}[X_j = 2] = 1/2$ für alle $j \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie $\mathbb{P}[S = x]$ für $x = 0, 1, 2, 3, 4$ mittels der Panjer-Rekursion.

Beispiel 27) Der Gesamtschaden S sei annähernd normalverteilt mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 . Zeigen Sie, dass die Nettoprämie $\rho(\beta) = \mathbb{E}[(S - \beta)_+]$ einer Stop-loss-Rückversicherung gegeben ist durch

$$\rho(\beta) = (\mu - \beta)\Phi\left(\frac{\mu - \beta}{\sigma}\right) + \sigma\phi\left(\frac{\mu - \beta}{\sigma}\right),$$

wobei Φ bzw. ϕ die Verteilung bzw. Dichte einer Standardnormalverteilung $N(0, 1)$ bezeichnen.

Beispiel 28) Betrachten Sie eine Stop-loss Rückversicherung mit Nettoprämie $\rho(\beta) = \mathbb{E}[(S - \beta)_+]$. Seien $\beta \in \mathbb{N}$ und $S = \sum_{j=1}^N X_j$ der \mathbb{N} -wertige Gesamtschaden im kollektiven Modell, der durch eine zusammengesetzte Poissonverteilung modelliert wird. Sei weiter $N \sim \text{Poisson}(1)$ und $\mathbb{P}[X_j = 1] = \mathbb{P}[X_j = 2] = 1/2$ für $j \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie $\rho(\beta)$ rekursiv für $\beta = 1, \dots, 5$ mittels Panjer-Rekursion.