

Übungen Personenversicherungsmathematik, WS 2012/13

Übungsblatt 10

Dipl.-Math. Cordelia Rudolph, FAM, TU Wien

- Beispiel 37)** Sei $(S_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine einfache Irrfahrt mit $S_0 = 0$ und $\mathbb{P}[X_k = 1] = p$ und $\mathbb{P}[X_k = -1] = 1 - p$ für alle $k \in \mathbb{N}$. Sei $M_n = \max\{S_k : 0 \leq k \leq n\}$ der größte dabei erreichte Punkt. Zeigen Sie, dass $Y_n = M_n - S_n$ eine Markovkette ist. Ist auch M_n eine Markovkette?
- Beispiel 38)** Wenn X und Y zwei Markovketten auf derselben Menge sind, ist dann auch $X + Y$ eine Markovkette?
- Beispiel 39)** Eine Person würfelt beliebig oft mit einem fairen Würfel (d.h. $\mathbb{P}[X = j] = \frac{1}{6}$ für $j = 1, \dots, 6$ bei jedem Wurf). Sei X_n das bei den ersten n Würfeln erzielte Maximum. Zeigen Sie, dass $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Markovkette ist und finden Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten $p_{ij}(m, m + n)$.
- Beispiel 40)** Betrachten Sie einen Random Walk auf den Kanten einer dreiseitigen Pyramide (Tetraeder). Ein Teilchen beginnt an einer Ecke v und springt mit einer Wahrscheinlichkeit $p = 1/3$ zu jeder der drei angrenzenden Ecken. Wie groß ist die mittlere Zeit, bis das Teilchen wieder an den Ausgangspunkt zurückgekehrt ist? Wie groß ist die mittlere Zeit, bis das Teilchen einen benachbarten Eckpunkt s erreicht?