

Übungen Personenversicherungsmathematik, WS 2012/13

Übungsblatt 11

Dipl.-Math. Cordelia Rudolph, FAM, TU Wien

Beispiel 41) Betrachten Sie zusätzlich zu den bereits eingeführten Kommutationszahlen die Kommutationszahlen $O_x := D_x k_x$ und $U_x := \sum_{k=0}^{\omega-x} O_{x+k}$. Zeigen Sie, dass für die Alterungsrückstellung ${}_m V_x$ einer Krankenversicherung gilt:

$${}_m V_x = \left(\frac{U_{x+m}}{N_{x+m}} - \frac{U_x}{N_x} \right) \frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} G$$

Beispiel 42) Zeigen Sie: Die Alterungsrückstellung im Jahr $m + 1$ lässt sich rekursiv darstellen durch

$${}_{m+1} V_x = \frac{P_x - K_{x+m} + {}_m V_x}{v p_{x+m}}.$$

Beispiel 43) Betrachten Sie ein einfaches Zinsmodell, wobei der Zinssatz r_t einem Random Walk folgt:

$$r_{t+1} - r_t = \begin{cases} +0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/3 \\ 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/3 \\ -0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/3 \end{cases}$$

Als Anfangswert soll $r_0 = 0.05$ gelten. Berechnen Sie die prospektive Reserve für eine 5-jährige temporäre vorschüssige Zeitrente. Berechnen Sie vereinfachend den erwarteten Diskontierungsfaktor mittels $\frac{1}{1+\mathbb{E}[r_t]}$. (Es soll nur ein Zustand betrachtet werden.) Vergleichen Sie diese mit dem Barwert für eine Zeitrente, deren Zins $r = 0.05$ deterministisch ist.

Beispiel 44) Betrachten Sie wieder ein einfaches Zinsmodell, wobei der Zinssatz r_t einem Random Walk folgt:

$$r_{t+1} - r_t = \begin{cases} +0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/2 \\ -0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/2 \end{cases}$$

Als Anfangswert soll $r_0 = 0.05$ gelten. Betrachten Sie eine 3-jährige vorschüssige Leibrente für einen 30-jährigen. Die Sterbewahrscheinlichkeiten sollen nach dem Gesetz von de Moivre modelliert werden mit Endalter $\omega = 120$ (d.h. das Todesalter ist gleichverteilt auf $[0, \omega]$). Die Übergänge zwischen den Renditeniveaus seien unabhängig vom Leben des Versicherten. Berechnen Sie die Nettoeinmalprämie dieser Leibrente.

Ich wünsche Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!

