

Übungen Personenversicherungsmathematik, WS 2012/13

Übungsblatt 12

Dipl.-Math. Cordelia Rudolph, FAM, TU Wien

Beispiel 45) Eine versicherte Person hat im Alter von 27 Jahren eine nach Art der Lebensversicherung betriebenen Tarif abgeschlossen. Bestimmen Sie aufgrund der Angaben in der folgenden Tabelle die Alterungsrückstellung zum Alter von 35 Jahren. Die jährliche Nettoprämie beträgt 1100 €. Seit Vertragsbeginn hat keinerlei Vertrags- oder Beitragsänderung stattgefunden.

x	D_x	K_x
27	162 500	913
28	157 239	925
29	142 142	937
30	131 785	948
31	126 431	956
32	119 562	971
33	113 887	984
34	109 436	992
35	101 349	999

Beispiel 46) In einem nach “Art der Lebensversicherung” kalkulierten Nettotarif mit streng monoton steigenden Nettoprämien ändere sich bei einer Anpassung nur der Grundkopfschaden:

$$G^{\text{neu}} = cG^{\text{alt}}, \quad c > 1.$$

Es sei x das Eintrittsalter und $x+m$ das erreichte Alter ($m > 0$) eines Versicherten. Zeigen Sie, dass für die Bestandsnettoprämie (d.h. die Prämie, die der Versicherte m Jahre nach Eintritt im Alter von x Jahren mit Nettoneugeschäftsprämie P_x zahlt) P^{alt} und P^{neu} gilt:

$$P^{\text{neu}} > cP^{\text{alt}}.$$

Beispiel 47) Beweisen Sie nachstehende Rekursionsformel für die gezillmerte Alterungsrückstellung

$$D_{x+m+1} {}_{m+1}V_x^{(z)} = D_{x+m} ({}_mV_x^{(z)} + P_x^{(z)} - K_{x+m}).$$

Beispiel 48) Betrachten Sie wieder ein einfaches Zinsmodell, wobei der Zinssatz r_t einem Random Walk folgt:

$$r_{t+1} - r_t = \begin{cases} +0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/2 \\ -0.01 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } 1/2 \end{cases}$$

Als Anfangswert soll $r_0 = 0.04$ gelten. Betrachten Sie eine 3-jährige vorschüssige Leibrente für einen 40-jährigen. Die Sterbewahrscheinlichkeiten sollen nach dem Gesetz von de Moivre modelliert werden mit Endalter $\omega = 120$ (d.h. das Todesalter ist gleichverteilt auf $[0, \omega]$). Die Übergänge zwischen den Renditeniveaus seien unabhängig vom Leben des Versicherten. Berechnen Sie die Nettoeinmalprämie dieser Leibrente mithilfe der Thieleschen Differenzengleichung.