2.1 Amphitryon im Doppelpack

> Amphitryon cum abesset ad expugnandam Oechaliam, Alcimena aestimans Iovem coniugem suum esse eum thalamis recepit.
>
> *Fabula XXIX.*
> Hyginus ⟨Mythographus⟩

Bei seiner Rückkehr aus dem siegreichen Feldzug gegen die Teleboer musste Amphitryon feststellen, dass die als Belohnung versprochene Hochzeitsnacht mit der ihm angetrauten Alkmene bereits von einem Doppelgänger konsumiert wurde.

Die halbwegs reuige Alkmene gab überdies zu bedenken, dass sich der falsche Amphitryon im Nachhinein als Götterfürst Zeus zu erkennen gegeben habe und letztlich das himmlische Weite gesucht hätte. Der gehörnte Ehemann fand sich schließlich damit ab. Alkmene war ja, bei Zeus, nicht die erste und auch keineswegs die letzte archaische Schönheit, die einen blitzeschleudernden Kindesvater ins Treffen bringen konnte.

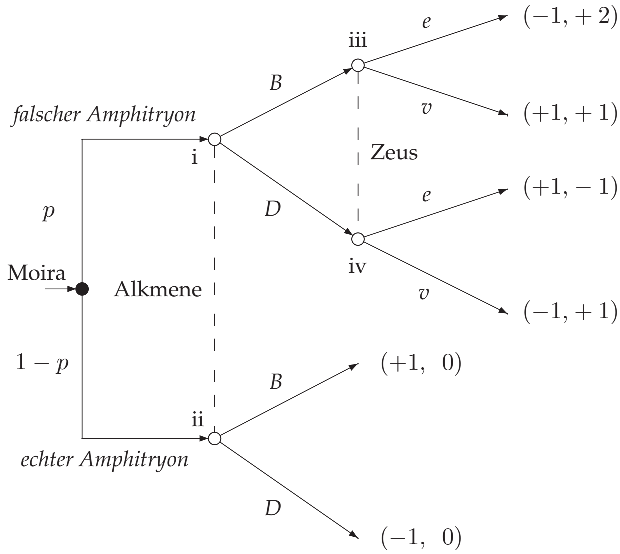
Amphitryon

Als Zeus der Hafer wieder stach,
Beschloss er fremdzugehen.
Danae, die bei ihm ward schwach,
Lässt er im Regen stehen;
Bei Leda kommt er nur zum Stich
In Schwansgefiederpracht,
An Mannes statt erschleicht er sich
Alkmenes Hochzeitsnacht.

Glaubt man hingegen Giraudoux
Ging's mit Alkmene anders zu:
Da Hermes ihr zuvor verraten,
Dass Zeus sie in Gestalt des Gatten
Beglücken wolle, schickt zu Bett
Ein Double sie fürs *tête à tête*.

Amphitryon – diesmal der echte –
Verbringt somit die Nacht der Nächte
Mit einer anderen (ohne Scham)
Und dies, weil er als Erster kam.

In Giraudouxs *Amphitryon 38* wird Alkmene rechtzeitig von der Absicht des Göttervaters Zeus in Kenntnis gesetzt, an Amphitryons statt und als sein täuschend echter Doppelgänger ihr Schlafgemach zu betreten. Alkmene, deren Treue zu Amphitryon auf dem Spiel steht, ist nun der Meinung, dass ein falscher Amphitryon in Ausübung erschlichener ehelicher Rechte letzten Endes eine falsche Alkmene verdienen würde.

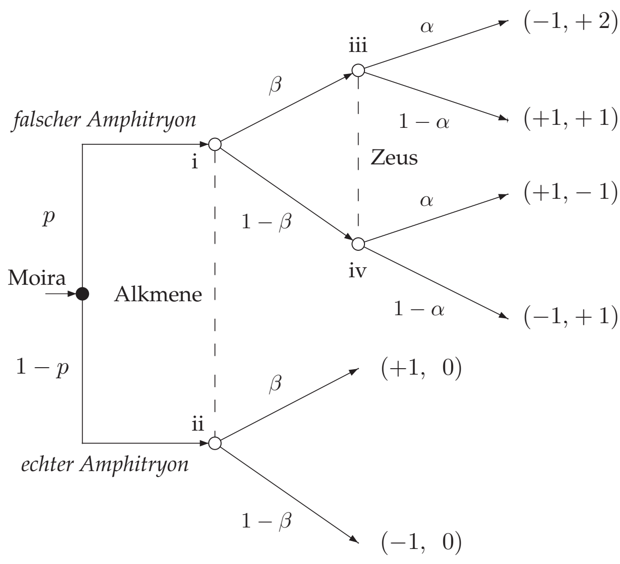


Spielbaum des Alkmene-Zeus Spiels

Was würde aber passieren, wenn ein überraschend als Erster heimkehrender, echter Gatte das sorgsam abgedunkelte Ehegemach mit einer falschen Alkmene teilen würde? Sollte andererseits ein schlauer, aber nicht allwissender, Zeus für den Fall, dass er als Erster in Theben auftaucht, und nachdem er seine Bettgenossin (vorerst nur im biblischen Sinne) erkannt hat, sich selbst zu erkennen geben? Oder vielmehr, wie es Kavaliere dem Vernehmen nach halten, einfach genießen und schweigen?

Derartige Fragestellungen können nur im Ambiente der mathematischen Spieltheorie zufriedenstellend beantwortet werden. Im Spielbaum des Alkmene–Zeus Spiels entscheidet vorerst Moira, als Schicksalsgöttin die mythologische Entsprechung der Spielerin Natur, mit Wahrscheinlichkeit $0 < p < 1$, ob der falsche Amphitryon (Zeus) als Erster Alkmenes Schlafgemach betritt.

Das Ergebnis dieses Zufallszuges bleibt jedoch Alkmenen verborgen; sie kann beim besten Willen nicht feststellen, ob das Spiel im Knoten i oder in ii seine Fortsetzung findet. Aus diesem Grunde sind diese beiden Knoten im Spielbaum durch eine strichlierte Linie verbunden und bilden gemeinsam die sogenannte *Informationsmenge* Alkmenes. Alle Entscheidungsknoten, die zu ein und derselben Informationsmenge eines Spielers gehören, können somit nur über eine identische Vielfalt an Optionen zur Weiterführung des Spiels verfügen. Der Olympier Zeus kann somit entweder die Option e (sich als Götterfürst zu *e*rkennen geben) oder v (seine Identität weiterhin *v*erhüllen) ergreifen, ohne genau zu wissen, in welchem Entscheidungsknoten seiner aus iii und iv bestehenden Informationsmenge er sich tatsächlich befindet. Alkmene, ihrerseits, steht in ihrer Informationsmenge entweder die Option B (selbst zu *B*ett zu gehen) oder D (sich von einem *D*ouble vertreten zu lassen) zur Verfügung.



Strategisches Verhalten im Alkmene-Zeus Spiels

Alkmenes strategisches Verhalten kann nun wie folgt beschrieben werden: mit Wahrscheinlichkeit β wählt sie in ihrer Informationsmenge die Alternative B; mit der Umkehrwahrscheinlichkeit $1-\beta$ wird die andere Zugalternative D verwirklicht.

Für Zeus heißt es dementsprechend, sich mit Wahrscheinlichkeit α für die Option e und mit Wahrscheinlichkeit $1-\alpha$ für v zu entscheiden.

Unter welchen Umständen ist nun Zeus indifferent zwischen seinen beiden Strategien? Aus spieltheoretischer Sicht, nur dann, wenn beide Strategien ihm den gleichen Nutzen bringen. Die Wahrscheinlichkeit, dass Zeus überhaupt ins Spiel eingreifen kann, beträgt p. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten, dass er sich dabei im oberen oder unteren Knoten seines Informationsbereiches befindet, lassen sich nun als $p \cdot \beta/p = \beta$ und $p \cdot (1-\beta)/p = 1-\beta$ festsetzen.

Entscheidet sich Zeus für die Option e, so wird er mit Wahrscheinlichkeit β den Nutzen $+2$ und mit $1-\beta$ den Wert -1 erreichen, da seine Auszahlungen stets den zweiten Werten in den Zahlenpaaren der jeweiligen Endknoten gleich zu setzen sind.

Falls er die andere Option wählt, so erreicht er mit den Wahrscheinlichkeiten β und $1-\beta$ stets die Auszahlung 1. Somit sollte folgende Identität für seine erwarteten Nutzenwerte gelten:

$$2 \cdot \beta - 1 \cdot (1-\beta) = 1 \cdot \beta + 1 \cdot (1-\beta) = 1.$$

Aus der Indifferenz des Göttervaters folgt somit $\beta = 2/3$. Falls es tatsächlich ein Gleichgewicht in Verhaltensstrategien geben sollte, so wird Alkmene mit Wahrscheinlichkeit $1/3$ eine Doppelgängerin ins Ehebett schicken.

Alkmenes' Indifferenz ist komplizierter anzusetzen. Ihre Auszahlungen sind jeweils durch die ersten Werte in den Zahlenpaaren der Endknoten gegeben. Aus der *a priori*-Verteilung $(p, 1-p)$ lassen sich die erwarteten Nutzenwerte Alkmenes wie folgt ableiten.

Lässt sie sich durch eine Doppelgängerin vertreten, so erreicht sie:

$$p \cdot (1 \cdot \alpha - 1 \cdot (1-\alpha)) + (1-p) \cdot (-1).$$

Nimmt sie in eigener Person die Hochzeitsnacht wahr, so beträgt ihr Nutzen:

$$p \cdot (-1 \cdot \alpha + 1 \cdot (1-\alpha)) + (1-p) \cdot (1).$$

rechnen. Diese Nutzenwerte werden jedoch nur dann übereinstimmen, falls

$$2\alpha \cdot p - 1 = 1 - 2\alpha \cdot p.$$

Daraus folgt aber unmittelbar $\alpha = 1/(2p)$. Allein für $p > 1/2$ wird dieses α auch tatsächlich eine strikt positive Wahrscheinlichkeit kleiner als 1 sein.

Eine abschließende Bewertung des gleichgewichtigen (jedoch zum Teil promiskuitiven) Verhaltens der Protagonisten in diesem Spiel soll an dieser Stelle, trotz schwerwiegender moralischer Bedenken, dennoch nicht unterbleiben.

Alkmene wird sich (selbst bei einer vernachlässigbaren Chance, in ihrem Boudoir den echten Amphitryon zu empfangen,) nur mit Wahrscheinlichkeit 1/3 doubeln lassen. Sie tut dies, obwohl aus ihren Nutzenwerten gar nicht gefolgert werden kann, dass es von Vorteil ist, ein Liebesabenteuer mit Zeus einzugehen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Zeus sich letztlich offenbart, nimmt für wachsendes p ab, um schließlich gegen den Wert 1/2 zu streben. Dieses Verhalten ist durchaus nicht paradox. Es bieten sich zwei Erklärungsmuster hierfür an. Die abnehmende Bereitschaft, sich zu offenbaren, könnte durch die Angst vor dem Zorn Heras erklärt werden. Ein weiterer Grund für ein Kneifen ist darin zu sehen, dass die Offenbarung ja nur dann Sinn (oder besser ausgedrückt: theologisch optimierte Wirksamkeit) hat, wenn man nicht mit ihr rechnet.

Sohin kann eine Epiphanie, die allzu häufig eintritt, – was den tiefen und ehrlichen Glauben betrifft – eher kontraproduktiv sein. Dies war allen Göttern durchaus bewusst und sie hätten über Katja Ebsteins triumphierend gesungenes ›Wunder gibt es immer wieder‹ nur ungläubig den Kopf geschüttelt.