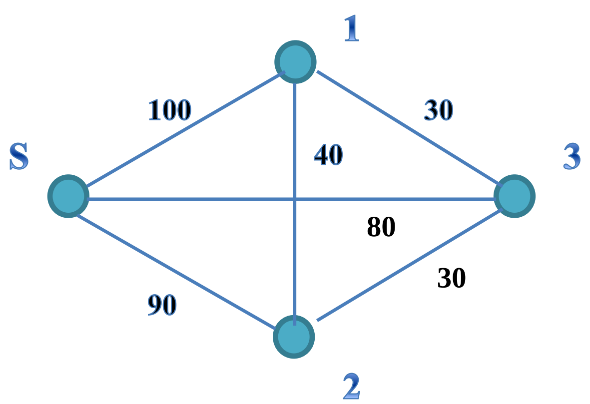
28. Hilary und Barrack teilen 100Euro nach folgenden Regeln untereinander auf. Zuerst schlägt Hilary einen Betrag x vor; dies ist der Betrag, den sie haben möchte. Barrack, nachdem er den Vorschlag von Hilary gehört hat, entscheidet, ob er annimmt oder ablehnt. Nimmt Barrack an, dann darf er einen Betrag y vorschlagen. Ist die Summe von x und y größer als 100Euro, dann ist der Payoff des Spieles gleich $(0,0)$. Ansonsten erhält Hilary den gewünschten Betrag x und Barrack den gewünschten Betrag y.

- Betrachten Sie nun das Problem als ein 2 Personen Verhandlungsspiel (Bargaining Spiel) $(F,(v_1,v_2))$. Skizzieren Sie F. Welchen Uneinigkeitspunkt/Konfliktpunkt (Disagreement Point) $(v_1, v_2\ )$ schlagen Sie vor?
- Berechnen Sie mit MS Excel (oder GAMS oder – Ihr wisst schon...) eine Nash-Verhandlungslösung (Nash-Bargaining).
- Berechnen Sie eine Nash-Verhandlungslösung unter der Vorraussetzung, dass Hilary doppelte Verhandlungsmacht als Barrack hat.

29. Nun spielt Angela mit Donald das gleiche Spiel wie Hilary und Barrack im Bsp 28. Allerdings muss Angela ihre Gewinne mit 50% Einkommensteuer versteuern. Donald muss aufgrund Verlusten in anderen Geschäften keinerlei Einkommensteuer berappen. Wie sieht die Nash-Verhandlungslösung aus, wenn Angela und Donald gleich starke Verhandler sind?

30. **Cost Saving Game:** Drei Gemeinden sollen an den Verteiler S eines Gasnetzes angeschlossen werden.



Eine Gemeinde kann ihren Anschluss alleine bewerkstelligen, wobei dann die Kosten der direkten Verbindung im obigen Graphen anfallen. Alternativ können Gemeinden gemeinsam deren Anbindung planen, insbesondere dann, wenn dies mit geringeren Anschlusskosten verbunden ist. So kann die Gemeinde 1 via Gemeinde 2 angeschlossen werden und die Gesamtkosten sind dann 130 anstatt 190; letztere fallen an, wenn beide Gemeinden nicht kooperieren.

Ermitteln Sie für jede Koalition S die kostengünstigste gemeinsame Variante und speichern Sie den Kostenwert in c(S). Die charakteristische Funktion dieses (cost-saving) Koalitionsspiels definiert sich dann durch die Kostenersparnisfunktion:

$$v(S) = \sum_{i \in S} c\,(\{i\}) - c(S)$$

Geben Sie den Wert der charakteristischen Funktion für alle sieben Koalitionen an. Ist dieses Spiel superadditiv?

31. **<u>Permutationsspiel:</u>** Die Spieler in diesem Spiel sind n CNC Maschinen M_i; beziehungsweise deren Besitzer. Es sollen n Aufträge J_i durchgeführt werden, wobei jeder Auftrag auf einer beliebigen Maschine bearbeitet werden kann, aber jede Maschine nur genau einen Auftrag bearbeitet. Allerdings ist der Auftrag J_i dem i-ten Spieler beziehungsweise seiner Maschine M_i ursprünglich fix zugeordnet; nur innerhalb von Koalitionen dürfen Spieler ihre Aufträge tauschen.

Der Parameter k_{ij} bezeichnet die Kosten, wenn Job J_i an der Maschine M_j durchgeführt wird. Für die Kosten einer Koalition ergibt sich dann

$$c(S) = \min_{\sigma \in \sigma(S)} \sum_{i \in S} k_{i\sigma(i)}\,,$$

wobei $\sigma(S)$ die Menge aller Permutationen der Maschinen der Koalition S ist (Maschinen nicht aus S werden nicht permutiert), und $\sigma(i)$ ist das i-te Element der Permutation σ. Geben Sie für das folgende Permutationsspiel mit 3 Jobs und 3 Maschinen

	Maschine			
	Kosten	1	2	3
Job	1	1	2	4
	2	3	6	9
	3	4	8	12

die Werte aller möglichen Koalitionen an.

32. Ein Koalitionsspiel (N, v) heißt einfach, wenn der Wert einer Koalitions S entweder 0 oder 1 ist. Ein Spieler in einem einfachen Koalitionsspiel heißt Vetospieler, wenn jede Koalition, welche diesen Spieler ausschließt, den Wert 0 hat. Ist weiters der Wert jeder

Koalition, welche den Vetospieler miteinbezieht, gleich 1, so nennt man diesen Vetospieler auch Diktator.

- Können in einem einfachen Koalitionspiel alle Spieler (gleichzeitig) Vetospieler sein?
- Kann es in einem einfachen Koalitionsspiel auch zwei Diktatoren geben?
- Zeigen Sie, dass, wenn in einem einfachen Koalitionsspiel die Eigenschaft

$$\mathrm{v}(\mathrm{S}) + \mathrm{v}(\mathrm{N}\backslash\mathrm{S}) = 1 \qquad \forall \mathrm{S} \subseteq \mathrm{N}$$

  gilt, dann gibt es höchstens einen Vetospieler, und dieser ist dann auch Diktator.

- Konstruieren Sie ein drei Personenspiel mit der Eigenschaft

$$\mathrm{v}(\mathrm{S}) + \mathrm{v}(\mathrm{N}\backslash\mathrm{S}) = 1 \qquad \forall \mathrm{S} \subseteq \mathrm{N}$$

  welches keinen Vetospieler (Diktator) hat.

33. Beweisen Sie, dass die konvexe Kombination von superadditiven Spielen wiederum superadditiv ist. Also sind (N, v) und (N, w) superadditive Spiele, und ist $0 \leq \gamma \leq 1$, dann ist das Spiel $(N, \gamma\, v + (1-\gamma)\, w)$ wiederum superadditiv.